

Notes from Hiro Kato

“fm-article”

scanned copy from the excerpt of the article publicized in the 80's. (I don't remember when exactly). This little article explains a simple case of fm connection where output of a sine-oscillator is fed back to the frequency input of the same sine-oscillator .

The output is shown in the form of harmonic series expansion with each coefficient expressed by slightly complex Bessel forms. Mr. Tomisawa, then Yamaha engineer and inventor of the feed-back fm, found the solution and taught me. Actually this equation is illustrated in sheet 19 of PPT file, “fm-technology-history and its significance”, showing a series of harmonics generated nicely in the smooth decaying spectrum envelope like a saw tooth-wave.

別刷

計測と制御

昭和 年 第 卷 第 号

(P. ~ P.)



社団 法人 計測自動制御学会

ふ、あいる

file

1970年代の始め, Stanford 大学の AI ラボの一角で, コンピュータミュージック言語のはしりである MusicV という音源シミュレーションおよび演奏用のプログラムを用いて作曲を試みていた John Chowning 博士は一連のヴィブラートの実験として, 1つの sin 波形に対し, もう1つの同じピッチの sin 波形で非常に深い周波数変調を掛けたしました。もちろんこれはプログラム上の結線を MusicV 言語上で行っただけにすぎませんが, さてその計算されてた音を聴いたところ, 非常に良質のトランペットの音に聴こえたので驚いたといいます。これが fm (frequency modulation) 技術による音声合成のはじまりです。今にしてみればコロンブスの卵的な感もありますが, その後の DX 7 を頂点とする fm デジタルシンセサイザの広い普及を考えますと, まさしくこれはコンピュータミュージックの世界から誕生した数少ない発明のうちの最大の貢献者といえると思います。

そもそも楽器音を合成するというためには楽器音の特徴を捕える必要があります。楽器音波形を一般的なフーリエ級数的に見てみると波形は

$$\sum_{n=0}^{\infty} A_n \sin(\omega_n t + \varphi_n)$$

で表わされ, n は通常 10~100 ぐらいと考えられます。さてこれをまともに計算して楽器音にすることを考えると, sin 波形はテーブル参照をするとしてもその掛け算の多さに閉口するでしょう。通常, 楽器の周波数範囲は 20 Hz から 20 KHz ぐらいで, 1つのハードウェアで一度に 10 個以上の音を同時発生する必要性(指 10 本分と持続音など)を考慮しますと, 波形の 1 サンプルの計算に与えられる時間は 1~2 マイクロ秒程度しか余裕はありません。この間に経済的にできる掛け算の回数は 16 ビット掛け算で 5~10 回というところと考えてもよいでしょう。fm 方式の場合,

$$A \cdot \sin(K_1 \cdot \omega t + I \cdot \sin(K_2 \cdot \omega t)) \\ \Rightarrow A \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(I) \cdot \sin\{(K_1 + nK_2)\omega t\}$$

ここに, $J_n(I)$ はモジュレータの深さ (I) に対応する n 次の第1種ベッセル関数の値です。 A, I はキャリアおよびモジュレータのエンベロープで時間と共に変化

FM 音源とシンセサイザ

FM Sound Generation
and Synthesizer

日本楽器製造(株) 加藤博万

します。つまり上式では2度のテーブルルックアップと2度の掛け算で原理上無数の高調波をキャリア周波数(楽音ピッチ)の側帯数として発生しうるのです。面白いのは K_1 と K_2 を適当に選択することによりスペクトラムの周波数位置を制御できることで、たとえば $K_1=1, K_2=2$ とすると波形は常に奇数倍音のみを含み(クラリネット系), $K_2/K_1=\pi$ などの無理数比にすることにより非調和系の鐘の音などをつくれることです。また, モジュレーションインデックス (I) が時間変化するとそれに伴い各高調波がそのおのとの次数のベッセル関数上を動くので、スペクトラムの

時間変化が得られることになります。fm 技術のエレガントなところはこのようにベッセル関数によって表わされる側帯波の出没に楽器音とのアナロジーを見いだしたところにあるでしょう。

最後に fm 技術の最もエレガントな結線として, 1つの sin オシレータが自分自身を fm 変調する例を考えてみ

ましょう。

$$e(t) = \sin(\omega t + \beta \cdot e(t))$$

この式の解析は省略しますが, その出力は

$$\sum_0^{\infty} \frac{2}{n} J_n(n \cdot \beta) \cdot \sin(n \cdot \omega t)$$

で表わされ, 各高調波が $(2/n)J_n(n\beta)$ として表わされるのは注目されます。つまり β (自分自身へのフィードバック量) を適当に選ぶことにより, 出力波形の各高調波がのこぎり波のそれのように斜めにスムーズに並んだスペクトルが得られます。これはたった1つの sin オシレータで高調波を最も豊かに含む波形を得れることになり, ヴァイオリンやプラス系のアタック部分には欠かすことのできない音づくりの結線として使われます。

fm 方式を用いた代表的シンセサイザとして DX 7 がありますがそこでは fm 結線は 6 つのオシレータに対して行われ, MIDI その他の楽器技術が fm 音源技術と共に高度に凝縮されています。

参考文献

J. Chowning: The Synthesis of Complex Audio Spectra by Means of Frequency Modulation, JAES, 21-7, 526/534 (1973)