

# BASI FISICHE DELL'ECOGRAFIA

Piero Calvini

Università di Genova, Dipartimento di Fisica  
e INFN, Sezione di Genova

via Dodecaneso 33, I-16146 Genova, Italy

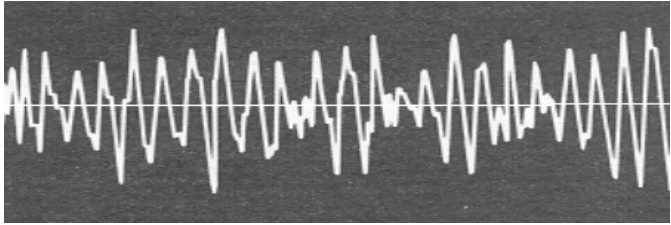
## CENNI DI ACUSTICA

In aria la presenza di un suono comporta il sovrapporsi alla pressione atmosferica  $P_0$  di un altro contributo di pressione, variabile con il tempo e con lo spazio, indicato con  $p(x, y, z, t)$  e chiamato **pressione acustica** oppure **pressione sonora**. La pressione totale sarà

$$P(x, y, z, t) = P_0 + p(x, y, z, t). \quad (1)$$

Nel Sistema Internazionale l'unità di misura per la pressione è il *Pascal* = *Newton/metro*<sup>2</sup> (simbolo *Pa*).

In condizioni normali si ha  $P_o \cong 10^5 \text{ Pa}$  per la pressione atmosferica. Usualmente il campo di escursione della pressione sonora  $p$  è molto inferiore rispetto a  $P_o$ .



Pertanto  $p$  va considerata come una piccola perturbazione del mezzo in cui il suono si sta propagando.

La pressione sonora  $p$  rappresenta un termine fluttuante, ora positivo, ora negativo (valore medio zero) che produce nelle particelle del mezzo rapide oscillazioni attorno alle loro posizioni di equilibrio.

## **Meccanismo di propagazione del suono**

Una perturbazione sonora ha sempre origine da una sorgente che applica valori di pressione fluttuanti a quelle particelle del mezzo con le quali è a contatto. Queste particelle a loro volta esercitano azioni su altre particelle un po' più lontane e così via. In definitiva si ha la *propagazione* della perturbazione acustica nel mezzo.

Il propagarsi in un mezzo a densità inizialmente uniforme di una perturbazione acustica genera un'alternanza di regioni rarefatte (zone a minore densità) e regioni addensate (zone a maggiore densità). La propagazione del suono consiste nel moto di allontanamento dalla sorgente di queste zone di disomogeneità. Questo moto, tuttavia, avviene senza spostamenti di massa su scale di distanza macroscopiche.

Infatti le particelle ora si avvicinano tra di loro, ora si allontanano tra di loro, ma in media rimangono sempre nello stesso posto (posizione di equilibrio). Il fenomeno di allontanarsi dalla sorgente di perturbazioni in pressione e densità prende il nome di *onda acustica* oppure *onda sonora*. Essa si sposta con una velocità caratteristica denominata velocità del suono ed usualmente indicata con  $c$ . In aria  $c = 333 \text{ m/s}$  e nella maggior parte dei tessuti biologici  $c$  varia tra  $1500 \text{ m/s}$  e  $1600 \text{ m/s}$ .

La slide successiva mostra la situazione di riferimento (assenza di suono) e, sotto, il progressivo propagarsi verso destra dell'onda sonora attraverso la visualizzazione dei suoi effetti sulla densità.

Densità uniforme

Onda sonora che si propaga

verso destra

$\lambda$

## Onde armoniche - Punto di vista del fotografo

Nel programma di calcolo che ha prodotto il disegno precedente si è assunto che l'onda sonora rappresentata fosse armonica. Ad un istante fissato ( $t = 0$ ) l'andamento spaziale di un'onda armonica è dato da

$$p(x, 0) = p_0 \cos \left( 2\pi \frac{x}{\lambda} \right), \quad (2)$$

dove  $p_0$  è l'ampiezza (di oscillazione) in pressione. La pressione sonora  $p$  presenta escursioni tra  $-p_0$  e  $+p_0$ .

L'onda definita dalla (2) è periodica nello spazio. La sua periodicità spaziale è data dalla lunghezza d'onda  $\lambda$ , che è la minima distanza che separa profili identici e quindi indistinguibili ( $[\lambda] = m$ ).

In merito al precedente disegno si è potuto concludere che l'onda viaggiava verso destra solamente in quanto i frames erano abbastanza ravvicinati nel tempo. Con tempi di scansione più distanziati non si sarebbe potuto decidere se l'onda viaggiasse verso destra o verso sinistra.



## Onde armoniche - Punto di vista del naufrago

Studiamo il comportamento dell'onda armonica in un punto fisso dello spazio al passare del tempo. La variazione temporale della pressione è data da

$$p(0, t) = p_o \cos \left( 2\pi \frac{t}{T} \right), \quad (3)$$

dove la quantità  $T$  è chiamata periodo dell'onda armonica e definisce la periodicità temporale dell'onda ( $[T] = s$ ). L'onda armonica descritta nel tempo dalla (3) e nello spazio dalla (2) è denominata *tono puro*.

Nel lasso di tempo di un periodo si svolge un intero ciclo di oscillazione. Dopo il tempo  $T$  (o dopo un numero intero di tempi  $T$ ) la pressione sonora  $p$  continua a riproporre lo stesso andamento temporale di prima.

## Freuenza - Udibile e UltraSuoni (US)

La frequenza  $f$ , collegata al periodo  $T$  dalla relazione

$$f = \frac{1}{T}, \quad (4)$$

indica il numero di cicli che hanno luogo nell'unità di tempo ( $s$ ). L'unità di misura per  $f$  è il  $s^{-1}$  oppure  $Hz$ , che è l'abbreviazione di *Hertz* ( $[f] = Hz$ ).

I suoni con frequenza inferiore a  $20 Hz$  (infrasuoni) non sono percepiti dal sistema uditivo umano. I suoni udibili hanno frequenze comprese tra  $20 Hz$  e  $20 kHz$  (intervallo dell'udibile). I suoni con frequenza sopra i  $20 kHz$  sono classificati come ultrasuoni (US). Neppure questi sono percepiti dall'uomo. Di solito, nelle applicazioni diagnostiche si utilizzano US con frequenze tra  $1 MHz$  e  $20 MHz$ .

## Una relazione fondamentale

Per un'assegnata velocità  $c$  la lunghezza d'onda  $\lambda$  ed il periodo  $T$  non sono indipendenti, ma sono legati dalla seguente relazione fondamentale (valida per tutti i tipi di onde)

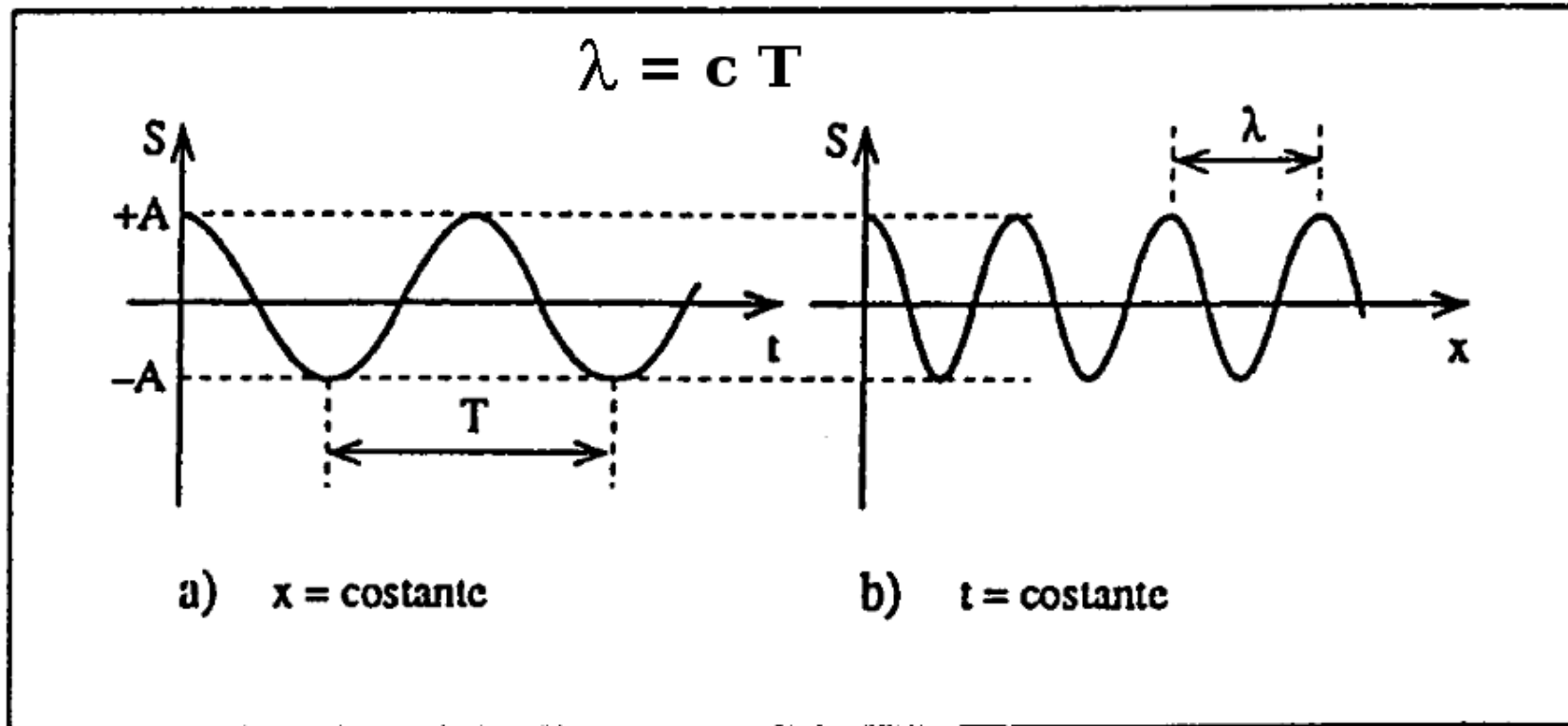
$$\lambda = c T \quad \text{oppure} \quad \lambda = \frac{c}{f}. \quad (5)$$

Se si considera l'intervallo di frequenze da  $1 \text{ MHz}$  a  $20 \text{ MHz}$  per le applicazioni diagnostiche degli US ed un valore indicativo per  $c$  di  $1500 \text{ m/s}$ , la relazione (5) fornisce un intervallo di lunghezze d'onda da  $1.5 \text{ mm}$  a  $75 \text{ }\mu\text{m}$  (nell'ordine).

## US di alta o bassa frequenza ?

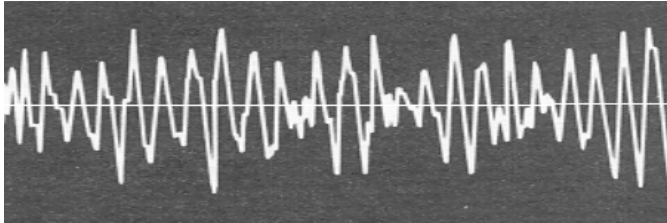
Considerato che il valore di  $\lambda$  condiziona in maniera determinante la risoluzione spaziale dell'immagine (nel senso che per migliorarla si devono usare US con piccoli valori di  $\lambda$ ), si arriverebbe a concludere che è sempre opportuna la scelta di frequenze molto alte. In realtà spesso si devono usare frequenze basse [(1 ~ 3) *MHz*] come risultato di un compromesso tra risoluzione spaziale e rapporto segnale/rumore (SNR). Questo perché le alte frequenze vengono fortemente attenuate nei tessuti, non riescono a penetrare molto in profondità e gli echi relativi a strutture profonde risultano ulteriormente indeboliti nel loro percorso di ritorno alla sonda.

# spazio fissato – tempo fissato



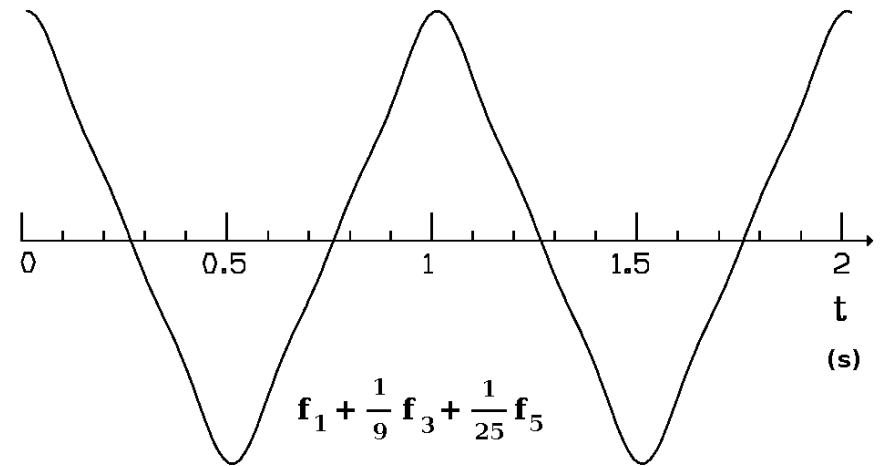
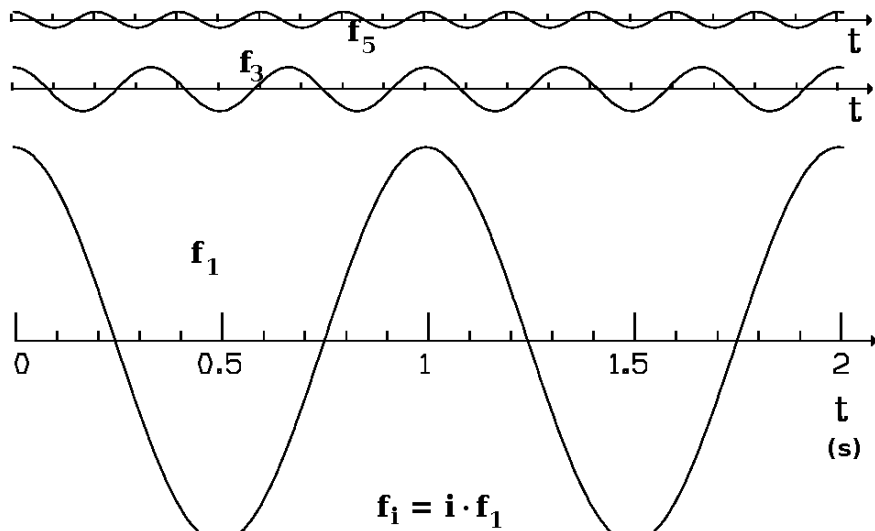
Un'onda sinusoidale (perturbazione armonica) vista al passare del tempo da una posizione  $x$  fissa oppure a tempo fisso al variare della posizione  $x$ . Il periodo  $T$  da' la periodicit  temporale dell'onda mentre la lunghezza d'onda  $\lambda$  ne da' la periodicit  spaziale.

## Il teorema di Fourier



Un generico segnale acustico è di solito ben diverso da un tono puro e, pertanto, non ne possiamo definire né la frequenza, né la lunghezza d'onda.

Tuttavia l'utilità di aver introdotto le onde armoniche e le grandezze relative (ampiezze, frequenze, lunghezze d'onda) risiede nel fatto che un qualunque segnale acustico può essere ottenuto come somma di un certo numero di onde armoniche di opportune frequenze e ampiezze (... e fasi). Tutto questo e le problematiche collegate sono formalizzate dal teorema di Fourier.



A titolo di semplice esempio si mostra come, a partire dalle 3 frequenze  $f_1 = 1 \text{ Hz}$ ,  $f_3 = 3 \text{ Hz}$  e  $f_5 = 5 \text{ Hz}$  sommate con coefficienti 1,  $1/9$  ed  $1/25$ , si ottenga un andamento temporale che approssima un triangolo isoscele di periodo  $T = 1 \text{ s}$ . La teoria di Fourier fornisce l'indicazione che l'approssimazione diventa sempre migliore aggiungendo altri termini con frequenze discrete  $f_i = i \cdot f_1$  ( $i = 1, 2, 3, \dots$ ) e corrispondenti ampiezze nulle per  $i$  pari e  $1/i^2$  per  $i$  dispari.

# Il teorema di Fourier

- Nelle considerazioni successive risulterà di fondamentale utilità il fatto che ad ogni perturbazione armonica (o tono puro) si può associare un ben preciso valore di frequenza. Pertanto capiterà di usare i due (o, addirittura, tre) termini quasi come sinonimi (ove possibile).
- Le perturbazioni armoniche possono essere considerate come un insieme di oggetti elementari atti a descrivere qualsiasi tipo di segnale acustico. Quindi *un'opportuna scelta di un numero finito o infinito di perturbazioni armoniche con opportune frequenze, ampiezze e fasi è capace di formare mediante somma un qualunque segnale acustico (SINTESI).*
- D'altra parte, dato un qualunque segnale acustico è possibile risalire a quali frequenze contiene, ossia a quali componenti armoniche (individuate da ampiezza, frequenza e fase) servono per la sua composizione mediante somma (ANALISI).
- L'infrastruttura matematica che formalizza tutto questo è nota come teorema di Fourier (... trasformate e antitrasformate di Fourier, ecc, ecc ...).



## Da Analogico a Digitale (AD) e viceversa (DA)

La teoria di Fourier è una teoria matematica che, sulla base di un ben consolidato formalismo, ha consentito la messa a punto di algoritmi di calcolo numerico estremamente efficienti come la Fast Fourier Transform (FFT). Questi algoritmi sono in grado di ricavare le ampiezze (spettrali) e le fasi da una sequenza di numeri (**analisi**) oppure, date le ampiezze (spettrali) e le fasi, forniscono la corrispondente sequenza di numeri (**sintesi**). Le potenzialità della FFT possono essere sfruttate applicando ad un segnale le conversioni AD (da analogico a digitale) e DA (da digitale ad analogico).

Tipicamente, il segnale rilevato dalla strumentazione viene digitalizzato (conversione AD), sulla risultante sequenza di numeri si applicano gli algoritmi FFT (e tecnologie informatiche correlate) ed il risultato numerico finale delle elaborazioni, se necessario, può essere riconvertito ad analogico.

Una serie di operazioni può essere eseguita direttamente in analogico ed è questa la strategia che si applicava prevalentemente in passato per il suo vantaggio in termini di velocità di esecuzione. Attualmente si privilegia l'approccio numerico per i suoi vantaggi in termini di flessibilità ed anche perché i moderni algoritmi e le odierne elevate prestazioni di calcolo hanno ridotto drasticamente il vantaggio dell'approccio integralmente analogico nell'elaborazione dei dati.

## Impedenza acustica caratteristica

A questo punto risulta necessario introdurre l'impedenza acustica caratteristica, una quantità specifica del mezzo in cui l'onda sonora si propaga. Per un mezzo di densità  $\rho$  e nel quale il suono si propaga con velocità  $c$  si definisce *impedenza acustica caratteristica* la quantità  $Z$  data da

$$Z = \rho c. \quad (6)$$

L'unità di misura per  $Z$  è il  $kg\ m^{-2}\ s^{-1}$ . Nella slide successiva sono presentati i valori di  $c$  e di  $Z$  per una serie di mezzi, con particolare privilegio ai mezzi di interesse biomedico.

## Valori di $c$ e di $Z$

mezzo	$c$ in $m s^{-1}$	$Z$ in $kg m^{-2} s^{-1}$
aria	333	430
acqua	1450	$1.45 \cdot 10^6$
muscolo	1590	$1.70 \cdot 10^6$
grasso	1480	$1.40 \cdot 10^6$
sangue	1560	$1.61 \cdot 10^6$
osso	2200	$3.90 \cdot 10^6$
ferro	5100	$4.00 \cdot 10^7$

## Intensità

Le perturbazioni sonore e, più in generale, tutti i fenomeni ondulatori trasportano sempre energia. Vi è un flusso di energia dalla sorgente verso l'esterno.

Nel caso delle onde sonore si definisce intensità sonora  $I$  l'energia che attraversa nell'unità di tempo una superficie unitaria disposta perpendicolarmente alla direzione di propagazione dell'onda. L'unità di misura per  $I$  è il  $J s^{-1} m^{-2} = W m^{-2}$  ( $W$  sta per *Watt*). Si può dimostrare che l'intensità  $I$  è collegata alla pressione sonora  $p(t)$  ed all'impedenza acustica caratteristica dalla formula

$$I(t) = \frac{p^2(t)}{Z}. \quad (7)$$

Solo il valore medio  $\bar{I}$  nel tempo della (7) risulta fisicamente significativo. Nel caso di un'onda armonica di ampiezza  $p_0$  si ha

$$\bar{I} = \frac{p_0^2}{2 Z}, \quad (8)$$

indipendente dalla frequenza.

La teoria di Fourier permette di ricavare le ampiezze spettrali (analisi) di un qualsiasi segnale acustico ed inoltre afferma (teorema di Parseval) che la sua intensità totale è data dalla somma delle intensità delle singole componenti armoniche in cui è stato decomposto. La (8) permette di calcolare questi termini che entrano nella somma.

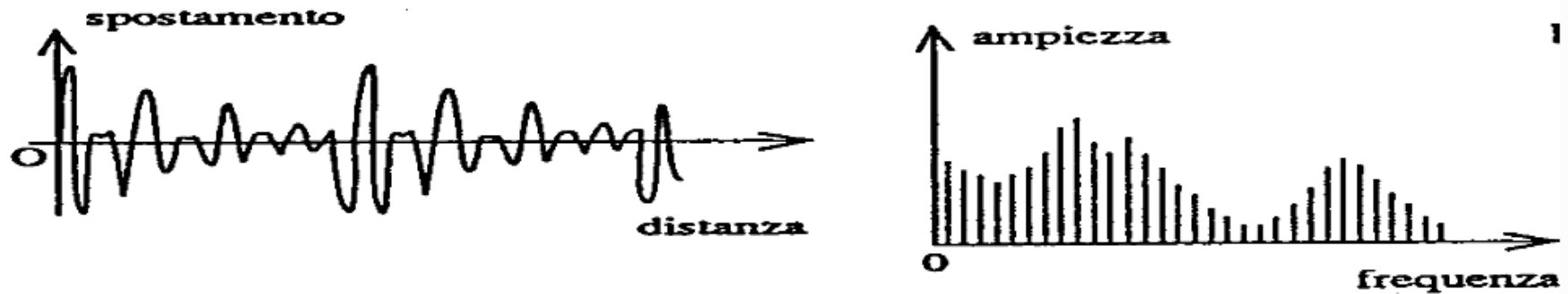
## Spettro di potenza

Pertanto, eseguita l'analisi di Fourier di un qualsiasi segnale acustico, si può risalire alla sua distribuzione spettrale in energia e costruirne lo *spettro di potenza*.

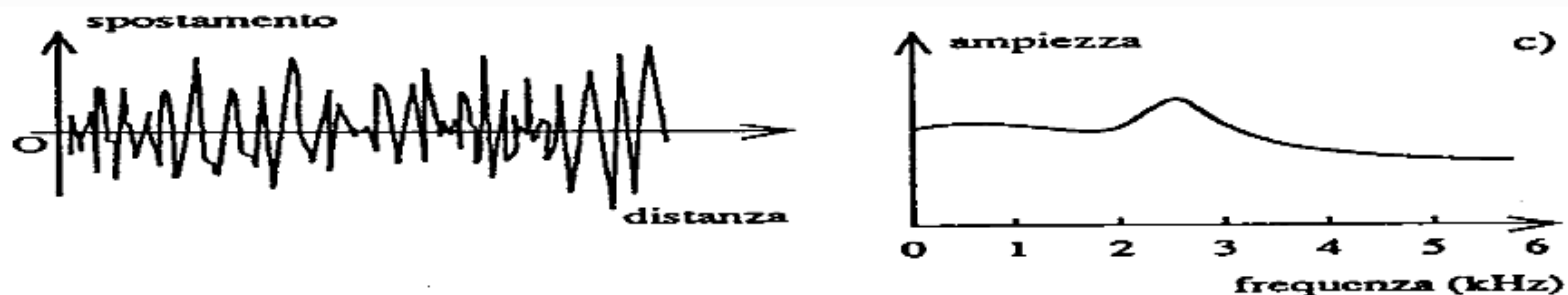
Quest'ultimo viene rappresentato come un grafico dove in ascissa si riportano le frequenze contenute nel segnale ed in ordinata le corrispondenti intensità.

# Lo spettro di una perturbazione

- Quando uno strumento musicale (o un cantante) emette una nota definita, il suono risulta la somma (si dice anche la sovrapposizione) di un numero finito e piccolo di armoniche.
- Se si riportano in un grafico l'intensità delle varie armoniche al variare della frequenza (si veda la figura) si ottiene lo *spettro* in frequenza della nota emessa. Nel caso indicato lo spettro è costituito da poche righe (frequenze) isolate e perciò si dice che si è in presenza di uno *spettro a righe*.



Quando invece si ha un suono complesso oppure un rumore, le perturbazioni armoniche necessarie per comporre il rumore diventano tantissime e lo spettro diventa uno *spettro continuo*.



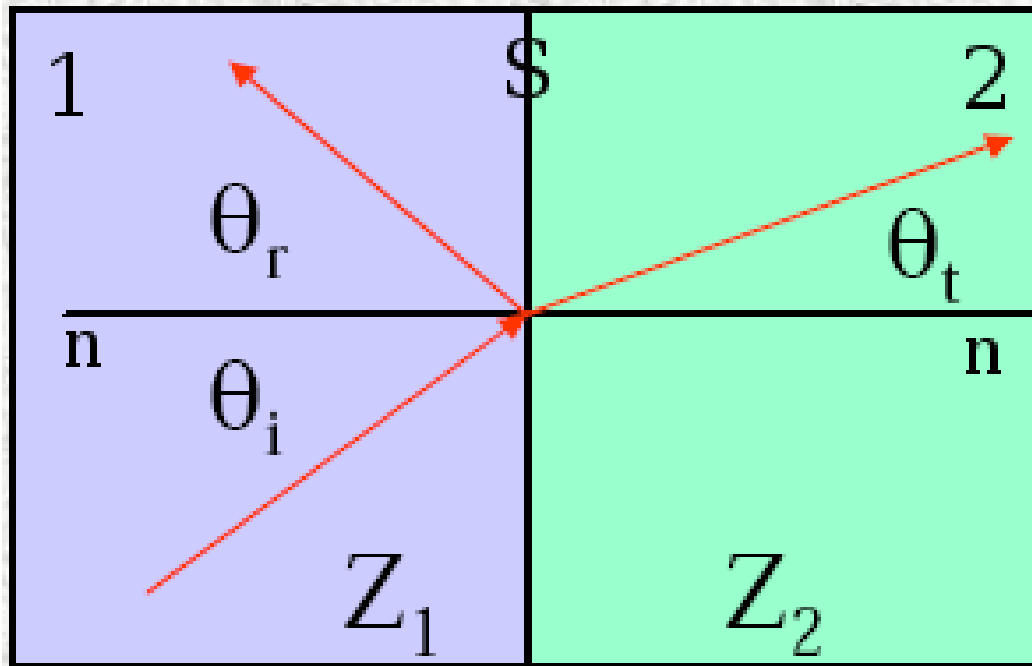


## Riflessione e rifrazione delle onde sonore

Consideriamo i mezzi omogenei 1 e 2, separati da una superficie piana ed aventi impedenze caratteristiche  $Z_1$  e  $Z_2$ . Si consideri un'onda sonora (fascio incidente) che incontri la superficie di discontinuità tra i due mezzi provenendo dal mezzo 1. Essa va contemporaneamente incontro ai fenomeni della riflessione e della rifrazione. Vengono prodotte un'onda riflessa (fascio riflesso) che viaggia in 1 allontanandosi dalla superficie ed un'onda rifratta (o trasmessa; fascio trasmesso) che viaggia nel mezzo 2.

Con riferimento alla figura della slide successiva:  $\theta_i$  = angolo di incidenza,  $\theta_r$  = angolo di riflessione,  $\theta_t$  = angolo di trasmissione. Gli angoli sono formati tra i relativi fasci e la normale  $n$  alla superficie  $S$  di separazione tra 1 e 2.

Assegnato l'angolo  $\theta_i$ , le 2 leggi di Snell danno  $\theta_r$  e  $\theta_t$ .



Si ha (prima legge)

$$\theta_r = \theta_i \quad (9)$$

e (seconda legge)

$$\frac{\sin(\theta_i)}{\sin(\theta_t)} = \frac{c_1}{c_2}, \quad (10)$$

dove  $c_1$  e  $c_2$  sono le velocità del suono in 1 e 2.

L'onda incidente avrà un'intensità  $I$ , la quale si ripartirà in un'intensità  $I_r$  dell'onda riflessa e un'intensità  $I_t$  dell'onda trasmessa. Le modalità di ripartizione tra le intensità sono di importanza cruciale nelle applicazioni degli US.

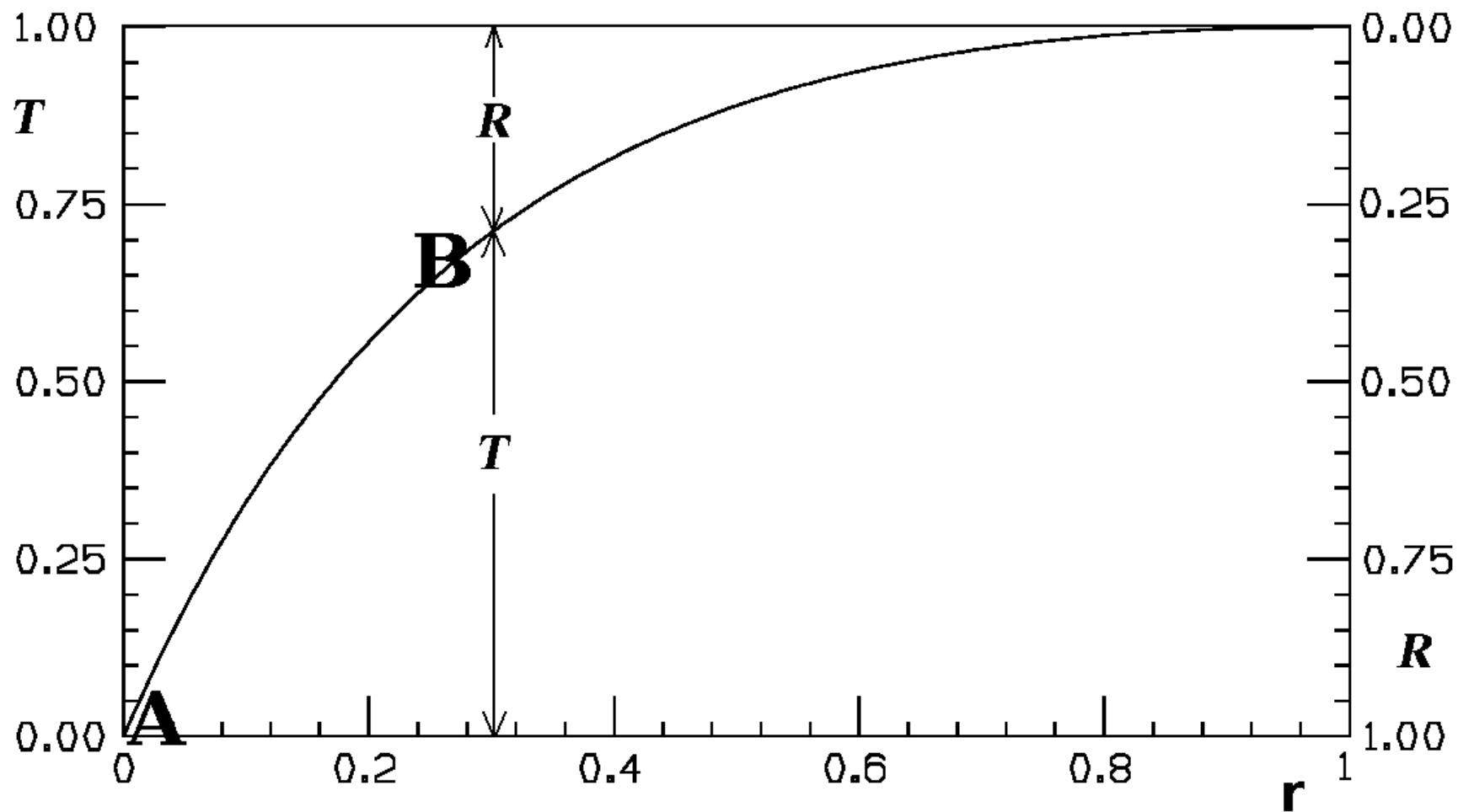
Si definiscono i coefficienti (adimensionali) di riflessione e di trasmissione in intensità, rispettivamente  $\mathcal{R}$  e  $\mathcal{T}$ , per i quali valgono le seguenti relazioni

$$I_r = \mathcal{R} I \quad ; \quad I_t = \mathcal{T} I \quad \text{con} \quad I_r + I_t = I \quad ; \quad \mathcal{R} + \mathcal{T} = 1. \quad (11)$$

Nel caso di incidenza normale ( $\theta_i = \theta_r = \theta_t = 0$ ) si può dimostrare che  $\mathcal{R}$  e  $\mathcal{T}$  sono dati da

$$\mathcal{R} = \left( \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \right)^2 \quad ; \quad \mathcal{T} = \frac{4 Z_1 Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2}. \quad (12)$$

Con le (12) si mostra che se  $Z_1$  e  $Z_2$  sono molto diverse, la riflessione è il fenomeno dominante. Questa conclusione vale qualitativamente anche per incidenza non normale.



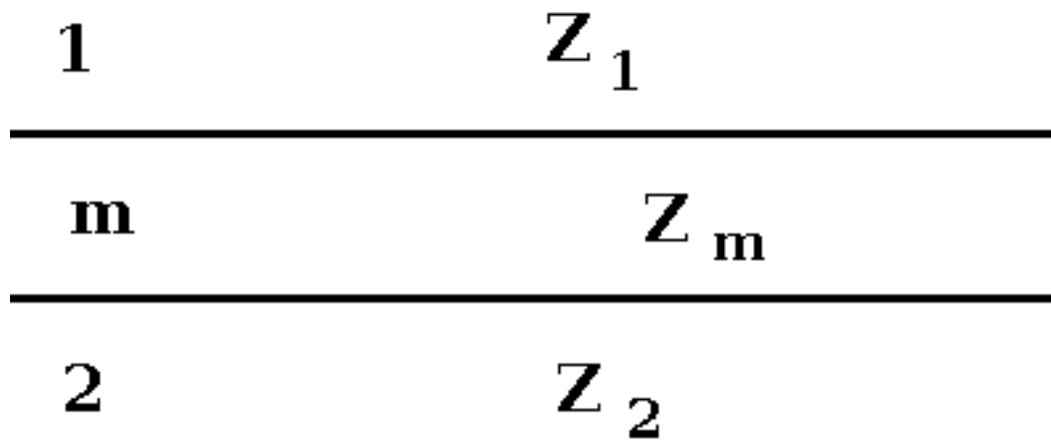
Dipendenza di  $T$  e  $\mathcal{R}$  da  $r = \min(Z_1/Z_2, Z_2/Z_1)$ . Se  $Z_1$  e  $Z_2$  sono molto diversi (= cattivo accoppiamento di impedenze),  $r$  è quasi nullo e si ha  $\mathcal{R} \cong 1$ . La trasmissione entra apprezzabilmente in gioco se  $Z_1 \sim Z_2$ .

Il fenomeno della riflessione è fondamentale per la tecnica ecografica, in quanto questa è proprio basata sulla riflessione degli echi da parte delle discontinuità incontrate dal fascio degli US. Tuttavia la presenza di zone localizzate ad alta riflessione crea problemi in quanto *mette in ombra* la parte retrostante e ne impedisce l'indagine. Le “bestie nere” sono le interfacce aria-tessuto (zona **A** con  $\mathcal{R} \cong 99\%$ ) e tessuto-osso (zona **B** con  $\mathcal{R} \sim 35\%$  o più).

Rimedi per aria-tessuto: riempimento, se si può, della cavità con soluzione salina, carboni attivi, paziente a digiuno, ricerca di *finestre acustiche*.

Rimedi per osso-tessuto: ricerca di finestre acustiche (fegato per rene dx), uso di basse frequenze se l'osso è sottile (osso temporale del cranio) ...

Si hanno i mezzi 1 e 2 con  $Z_1$  e  $Z_2$  molto diverse tra di loro e si vuole intensificare la trasmissione del suono da 1 a 2 (o viceversa). Come si procede ?

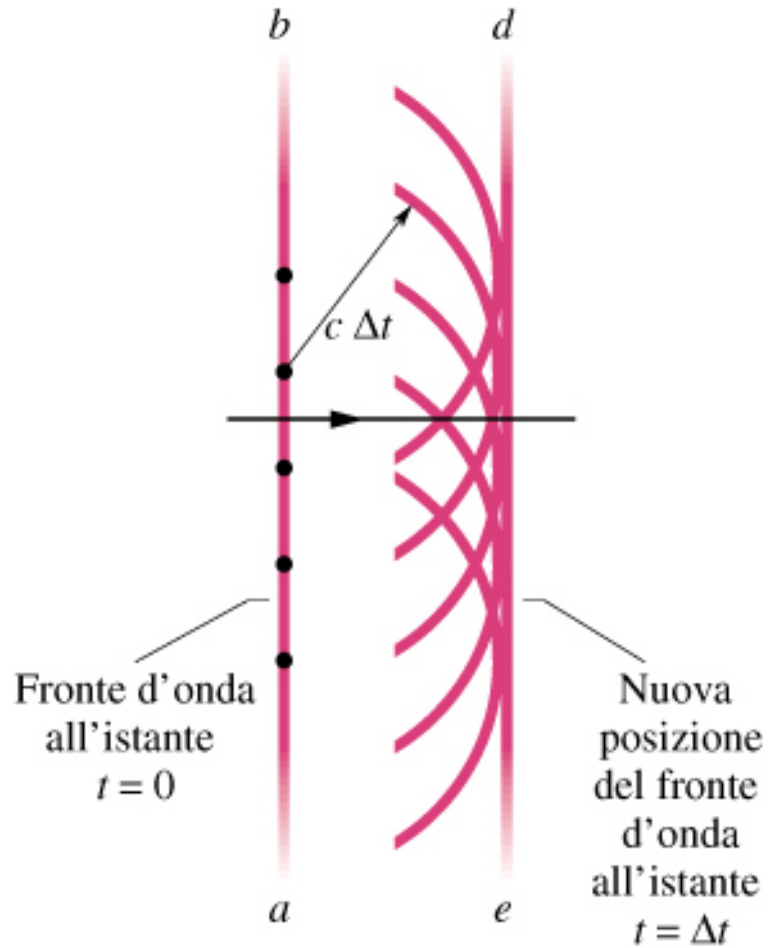


Si può inserire tra 1 e 2 uno strato intermedio  $m$  avente impedenza caratteristica  $Z_m$  compresa tra  $Z_1$  e  $Z_2$ .

Il calcolo dice che per ottimizzare il risultato finale della doppia trasmissione (da 1 ad  $m$  e poi da  $m$  a 2) si deve prendere  $Z_m = \sqrt{Z_1 Z_2}$ . Si ricorre a questo espediente quando si usa il gel per massimizzare la trasmissione di segnale tra la sonda ecografica e il corpo umano (ed eliminare l'aria !).

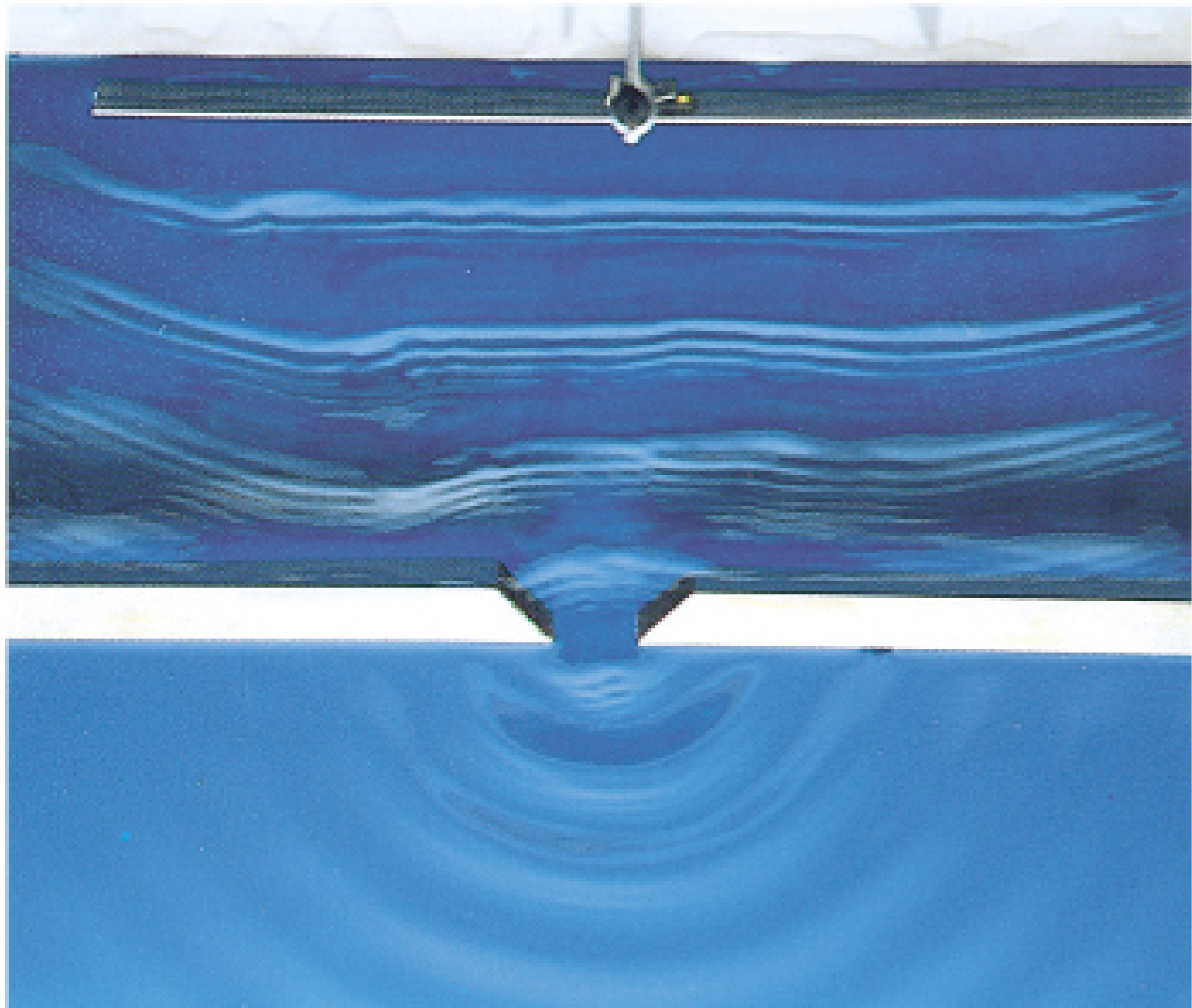
## **La propagazione degli US - Principio di Huygens**

Il principio di Huygens fornisce un'eccellente descrizione della fisica della propagazione degli US nel corpo umano in quanto spiega il loro comportamento in presenza di ostacoli con dimensioni sia maggiori che minori rispetto alla lunghezza d'onda. I fenomeni che si verificano se gli ostacoli (o le discontinuità) hanno dimensioni molto maggiori di  $\lambda$  sono inquadrabili in un contesto "geometrico" (le leggi di Snell precedentemente enunciate sono di carattere geometrico). Invece, in presenza di ostacoli piccoli rispetto a  $\lambda$ , i fenomeni sono inquadrabili in un contesto definito "fisico", la cui descrizione è più complessa. Il principio di Huygens, applicabile a tutti i fenomeni ondulatori, spiega entrambe le situazioni.



**Enunciato:** Ogni punto che sia investito da un'onda diventa sorgente elementare di onde sferiche - la posizione della stessa onda in un istante successivo sarà data dall'involuppo delle onde sferiche elementari emesse da tutti i punti investiti dall'onda.





resta una sola sorgente elementare

## Principio di Huygens e risoluzione spaziale

In generale le modalità di formazione di un'immagine ecografica sono basate sulla validità delle leggi "geometriche" e sulla possibilità di descrivere la direzione di propagazione di un'onda mediante i raggi. In questo contesto si hanno effetti corrispondenti ai familiari fenomeni dell'ottica geometrica: propagazione rettilinea, formazione di zone d'ombra, possibilità di usare specchi e concentratori (lenti), ecc., ecc... Pertanto la qualità dell'immagine è limitata alla scala di distanze su cui le ipotesi geometriche valgono. I dettagli dell'immagine su scale confrontabili o inferiori alla lunghezza d'onda usata andranno persi.

Come già anticipato, ai fini di ottenere una buona risoluzione spaziale risulta consigliabile l'utilizzo di piccoli valori di  $\lambda$  e, per la (5), di alte frequenze. D'altra parte l'attenuazione di un fascio di US cresce con la frequenza (\*). Perciò l'uso di alte frequenze è applicabile solo nelle indagini a piccola profondità, dove gli effetti di attenuazione sono contenuti. Nelle indagini a media ed elevata profondità si devono fare compromessi con l'uso di frequenze opportunamente ridotte. La definizione spaziale dell'immagine ne verrà conseguentemente peggiorata.

(\*) Il coefficiente di attenuazione cresce linearmente con la frequenza. Si ha la perdita in ampiezza di circa  $0.5 \text{ dB}$  per ogni  $\text{MHz}$  e per ogni  $\text{cm}$  di tessuto attraversato.

# Ecografia

Si tratta di un insieme di tecniche che usano gli US e che sono volte ad ottenere informazioni diagnostiche di tipo strutturale, parametrico e funzionale. Le informazioni provengono dalla parte riflessa del fascio, da cui il termine “eco” .

**Pregi:** innocuità (adatta a screening di massa o ad esami ripetuti sullo stesso soggetto), praticità, rapidità, lettura del risultato in tempo reale, costo globale contenuto, trasportabilità delle apparecchiature.

**Difetti:** risultato interpretabile da operatore specializzato (l'ecografista) “che conosce la macchina, quella particolare macchina” e ne riconosce le immagini ed i suoni.

**Tipi di Ecografia:** internistica, ostetrico-ginecologica, oculistica, cardiaca, vascolare, intraoperatoria e perendoscopica.

**Rischi:** i rischi sono minimi se si usano le necessarie cautele. L'ecografia oculistica rappresenta l'unico campo in cui è necessaria una particolare attenzione, considerata la vulnerabilità dell'occhio e, soprattutto, della sua parte anteriore. In ecografia oculistica vanno usate apparecchiature apposite (bassa potenza ed alta frequenza). Non si devono assolutamente usare le apparecchiature convenzionali.

In tutti i tipi di ecografia si deve comunque usare il criterio dell'impiego della minima potenza, a parità di risultato diagnostico.

## Funzionamento della tecnica ecografica

Gli US sono inviati da una sonda all'interno della struttura da esaminare. In corrispondenza di discontinuità in  $Z$  incontrate dal fascio si hanno riflessioni (echi) che vengono ricevute ed elaborate dall'apparecchiatura e trasformate in immagini (ed anche suoni, nel Doppler).

La sonda (emettitore-ricevitore) o trasduttore, il cui elemento principale è un cristallo piezoelettrico, emette un breve fascio di US se attivata da impulsi elettrici (effetto piezoelettrico inverso). Poi si pone in ascolto e riceve gli echi di ritorno. Quando ne viene colpita emette verso l'apparecchiatura segnali elettrici (effetto piezoelettrico diretto) per l'elaborazione (conversione AD).

Dal tempo intercorso tra l'invio del segnale e la ricezione dell'eco la macchina determina la profondità della sorgente dell'eco. Per una profondità  $\Delta x$  il tempo di andata-ritorno è

$$\Delta t = \frac{2 \Delta x}{c} \quad (13)$$

che, per  $\Delta x = 1 \text{ cm}$  (e  $c = 1450 \text{ m/s}$ ), dà  $\Delta t = 13 \mu\text{s}$ . Non serve un'elettronica d'avanguardia ! Il tempo di formazione di un'intera immagine è dell'ordine di  $10^{-3} \text{ s}$ , per cui è possibile generare quella ventina di immagini al secondo necessarie a realizzare un buon "effetto cinematografico". La risoluzione spaziale dell'immagine è dell'ordine di  $1 \text{ mm}$ .

## Discontinuità incontrate nei tessuti dagli US

Gli echi riflessi dalle strutture del corpo umano irraggiate con US sono grosso modo classificabili in due categorie e le corrispondenti proprietà rispecchiano le previsioni che si possono fare sulla base del principio di Huygens.

**Diffusori di Rayleigh:** le discontinuità incontrate dal fascio aventi dimensioni confrontabili o minori di  $\lambda$  agiscono da sorgenti elementari *alla Huygens* di onde sferiche ed irradiano in maniera quasi isotropa. Queste discontinuità possono essere viste quasi sotto tutte le angolazioni, ma danno echi alquanto deboli. La loro intensità cresce come  $f^4$ .



**Riflettori speculari:** il fascio, se incontra discontinuità estese, di dimensioni molto maggiori di  $\lambda$ , emette echi che obbediscono alle leggi della propagazione ondulatoria di tipo geometrico; in particolare vale la prima legge di Snell (riflessione). Si hanno echi robusti anche in presenza di piccole discontinuità nell'impedenza acustica caratteristica. Per un forte segnale è raccomandata l'incidenza normale.

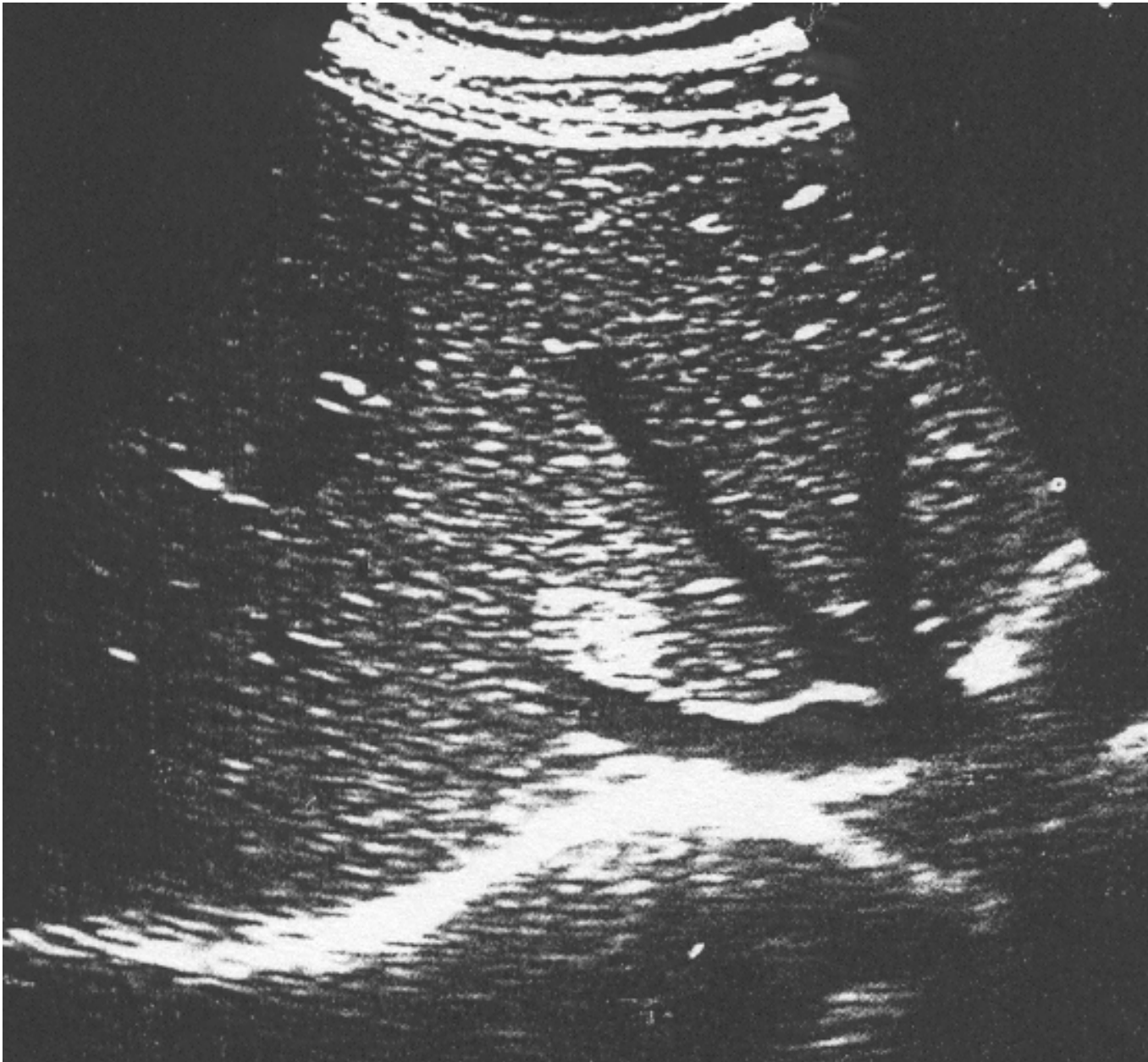
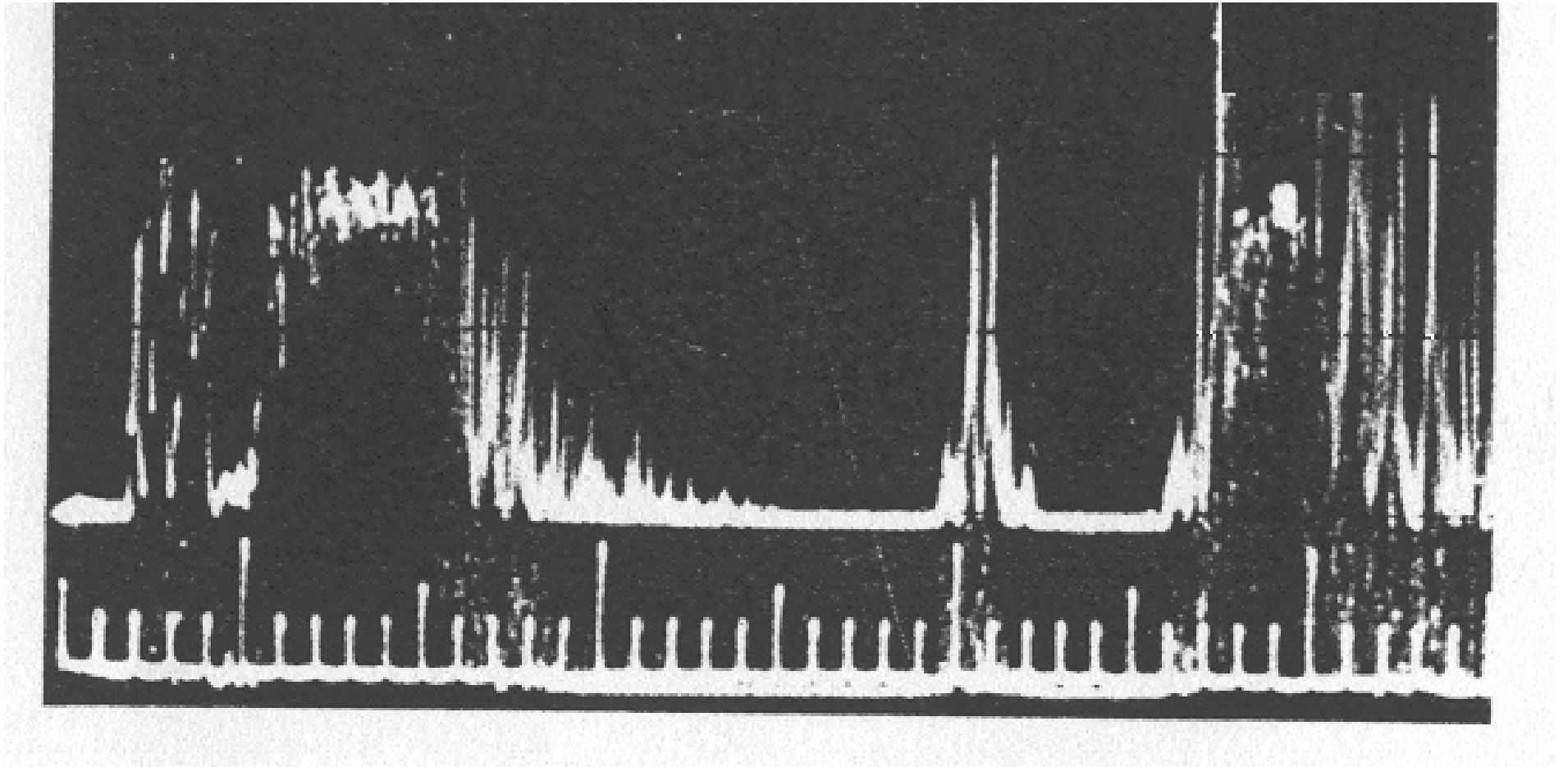


Immagine ecotomografica che mostra echi diffusi (diffusori di Rayleigh) ed echi speculari.

## MODALITÀ ECOGRAFICHE

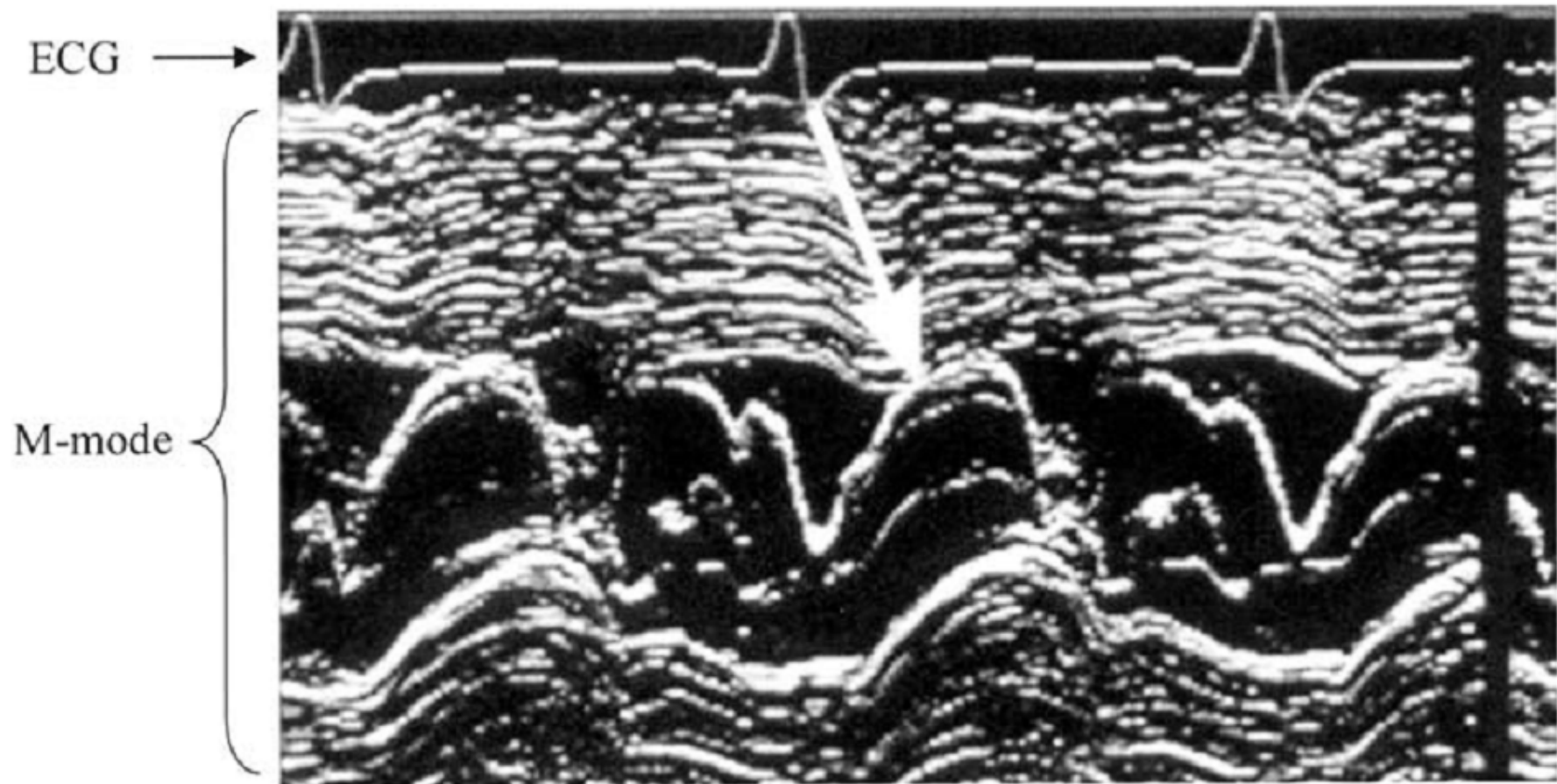
Le modalità con cui l'informazione diagnostica ricavabile dagli US viene presentata sono numerose: alcune sono ormai in disuso mentre altre sono correntemente utilizzate.

**Modo A** - L'esplorazione viene effettuata lungo una sola linea. Ogni eco ottenuto viene presentato su un monitor come un picco di ampiezza proporzionale alla sua intensità e con posizione lungo la linea di base indicativa della profondità di provenienza. Si tratta di una modalità alquanto obsoleta, ancora di qualche interesse in ecografia oculistica. Non serve un display con livelli di grigio.



Modo A - Orizzontale = profondità - Verticale = intensità dell'eco. Immagine di ecografia oculistica: distacco di retina (vedere Cittadini).

**Modo M ( o TM)** - Anche in questa modalità l'esplorazione viene effettuata lungo una sola linea. In questo caso ci si avvale dei livelli di grigio dello schermo. Ogni eco viene rappresentato da un punto, la cui brillantezza indica l'intensità dell'eco. Il tempo è riportato nell'asse orizzontale e la profondità di provenienza è sull'asse verticale. Adatto per l'indagine di strutture in movimento (ecografia cardiaca).



Modo M - Orizzontale = tempo - Verticale = profondità. Il tracciato mostra le escursioni della valvola mitrale (freccia bianca), che viene in contatto con il setto interventricolare. Il valore del tracciato è essenzialmente storico in quanto oggi per vedere questo si usa il B scan.

**Modo B** (Brightness mode) - Questa modalità produce la classica **immagine ecotomografica**, che consiste nella rappresentazione in livelli di grigio dei punti di formazione degli echi di ritorno prodotti dall'attraversamento di una sezione del corpo da parte del fascio di US. La brillantezza di ogni pixel corrisponde all'intensità dell'eco. L'asse verticale dà la profondità dell'eco e l'asse orizzontale rappresenta la direzione trasversa (o azimutale). A seconda delle caratteristiche della sonda e del tipo di elaborazione dei dati l'immagine viene presentata in diversi formati: rettangolare, settoriale o trapezoidale.



Modo B (o B scan) - Immagine ecotomografica in formato trapezoidale.



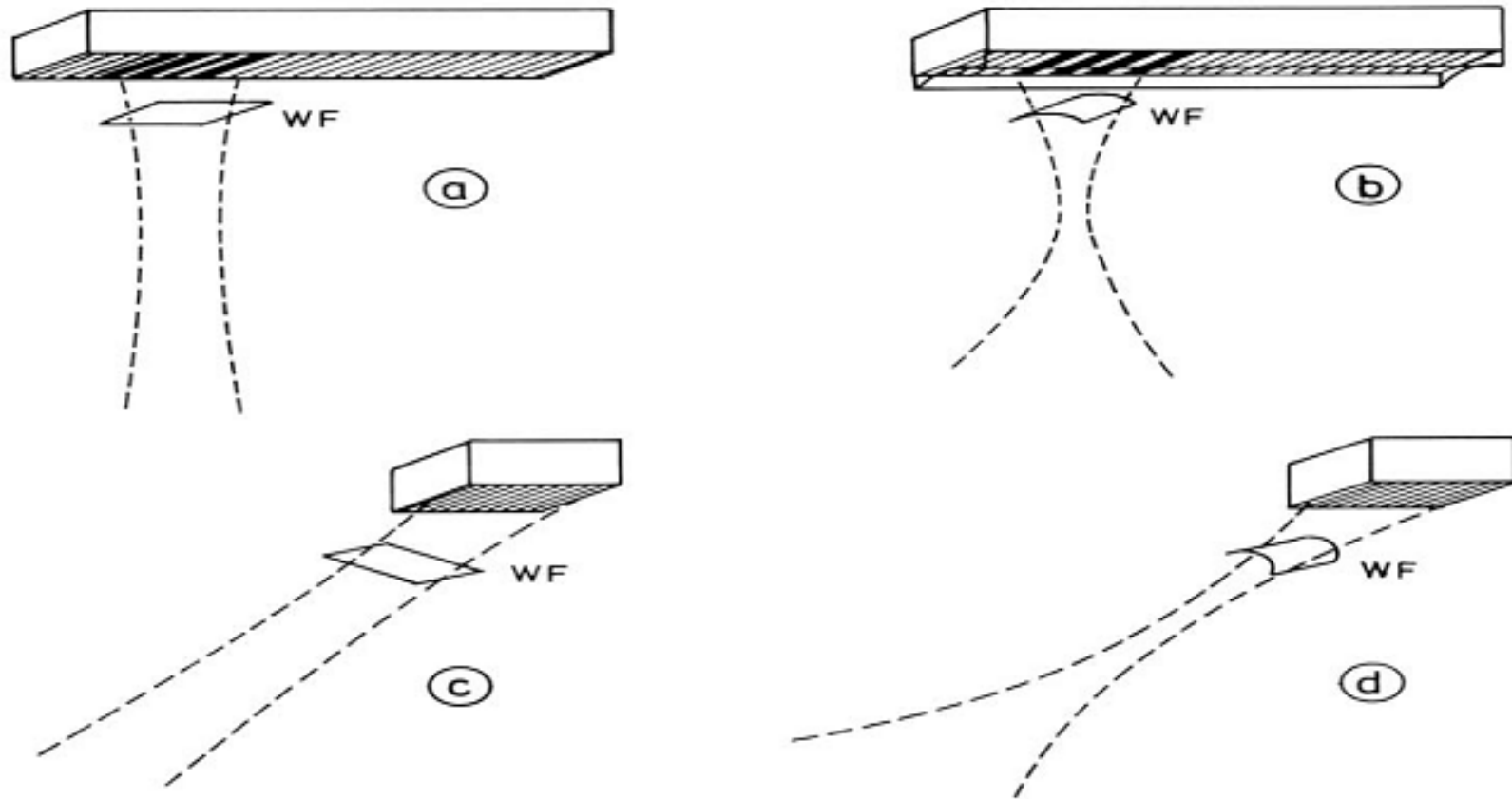
## **Modalità di formazione dell'immagine ecotomografica**

L'immagine completa è formata giustapponendo l'informazione sugli echi raccolti lungo tante linee adiacenti disposte secondo varie geometrie (linee parallele = formato rettangolare, linee divergenti da un centro = formato settoriale o trapezoidale). La sonda emette un impulso di US lungo una direzione e poi si pone in fase di ricezione. L'informazione registrata sugli echi da quella direzione viene memorizzata. Successivamente si esegue la stessa operazione su di una linea adiacente e così via fino a completare la scansione della sezione da esaminare.

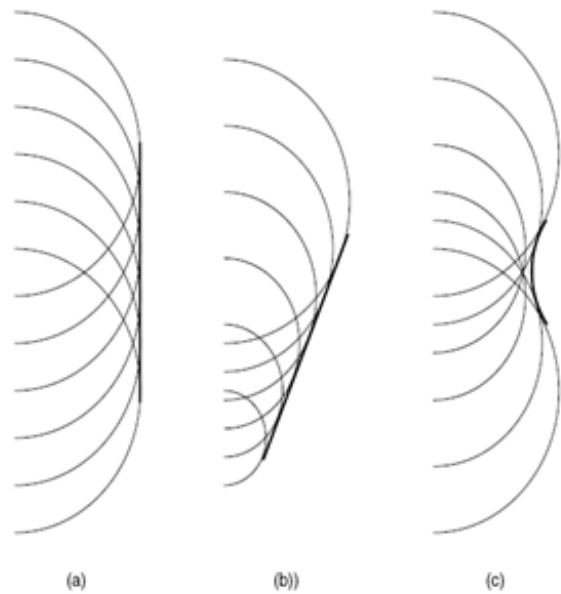
Terminata la scansione (il tempo tipicamente richiesto è dell'ordine del  $ms$ ), il sistema sulla base dei dati raccolti produce l'immagine che viene visualizzata sullo schermo. La visualizzazione delle strutture in movimento viene realizzata con la formazione di immagini in rapida successione sullo schermo.

La regolazione della direzione del fascio, necessaria per eseguire la scansione, viene eseguita o in maniera meccanica (la sonda è forzata meccanicamente ad oscillare esplorando un settore circolare di opportuna apertura) oppure in maniera elettronica (phased arrays).

## SCANSIONE/FOCHEGGIAMENTO CON PHASED ARRAYS



Con una sonda ad elementi attivi pilotati indipendentemente da un'adeguata elettronica si può cambiare l'orientazione del fascio senza parti meccaniche in movimento e si può realizzare un focheggiamento dinamico calibrato sulla distanza.



### Phased array di 6 elementi eccitati con fasi diverse

-La linea spessa rappresenta il fronte d'onda risultante

-I cerchi i fronti d'onda provenienti dai vari elementi

in a ) gli elementi sono pilotati in fase

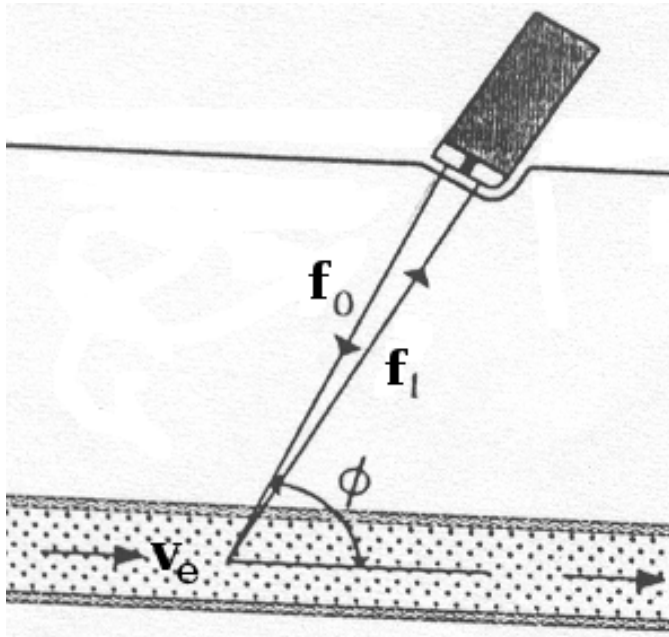
in b) gli elementi sono pilotati in sequenza a partire dal primo in alto (cambio di direzione)

in c) i trasduttori estremi sono pilotati in anticipo

Gli elementi attivi indipendenti (phased arrays) producono fronti d'onda sagomabili secondo le necessità. Si fruttà il principio di Huygens !

## Effetto Doppler

Un'onda ultrasonora riflessa da una struttura in movimento ha frequenza minore o maggiore rispetto a quella dell'onda incidente a seconda che la struttura si allontani o si avvicini alla sonda.



Con riferimento alla figura siano  $v_e$  la velocità degli eritrociti,  $f_0$  la frequenza del fascio incidente,  $c$  la velocità del suono e  $\phi$  l'angolo tra il fascio e la direzione di  $v_e$ . La variazione di frequenza  $\Delta f$  dovuta all'effetto Doppler è data da

$$\Delta f = f_1 - f_0 \cong \frac{2 v_e f_0}{c} \cos(\phi). \quad (14)$$

In realtà la formula esatta che dà  $\Delta f$  (*Doppler shift*) è un po' più complicata e la (14) ne rappresenta un'approssimazione, che peraltro nel caso ecografico è più che sufficiente.

Il fattore 2 nella (14) discende dal fatto che nel caso dell'eco l'effetto Doppler agisce due volte: l'eritrocita percepisce una frequenza modificata dal proprio moto e la sonda riceve una frequenza ulteriormente modificata.

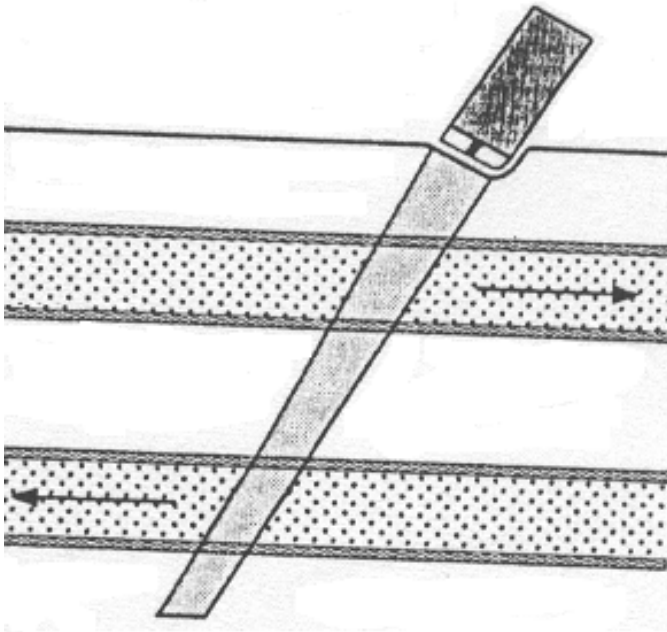
Ponendo  $f_0 = 3 \text{ MHz}$ ,  $\cos(\phi) = \cos(45^\circ) \cong 0.707$ ,  $v_e = 1.5 \text{ m/s}$  (flusso nell'aorta durante sistole) e  $c = 1580 \text{ m/s}$ , si ha  $\Delta f = 4 \text{ kHz}$ . Solo nel caso di situazioni patologiche (jet valvolari) si hanno valori di  $v_e$  dell'ordine di  $10 \text{ m/s}$  e valori di  $\Delta f$  superiori ai  $20 \text{ kHz}$ .

Il fatto che il Doppler shift corrisponda di norma a valori di frequenza contenuti nell'udibile permette la realizzazione di una semplice modalità per comunicare all'operatore il segnale Doppler: si invia il segnale (elettrico) del Doppler shift ad un altoparlante che esegue la trasduzione a segnale acustico, emettendo suoni con le corrispondenti frequenze.

Questa modalità richiede un particolare addestramento per l'operatore, il quale, una volta presa familiarità con l'apparecchiatura, impara a riconoscere i vasi principali dalla loro voce.

## Doppler continuo (CW Doppler)

Sono disponibili due principali tecniche Doppler, il Doppler continuo o *Continuous Wave Doppler* (CW-D) ed il Doppler pulsato o *Pulsed Wave Doppler* (PW-D).



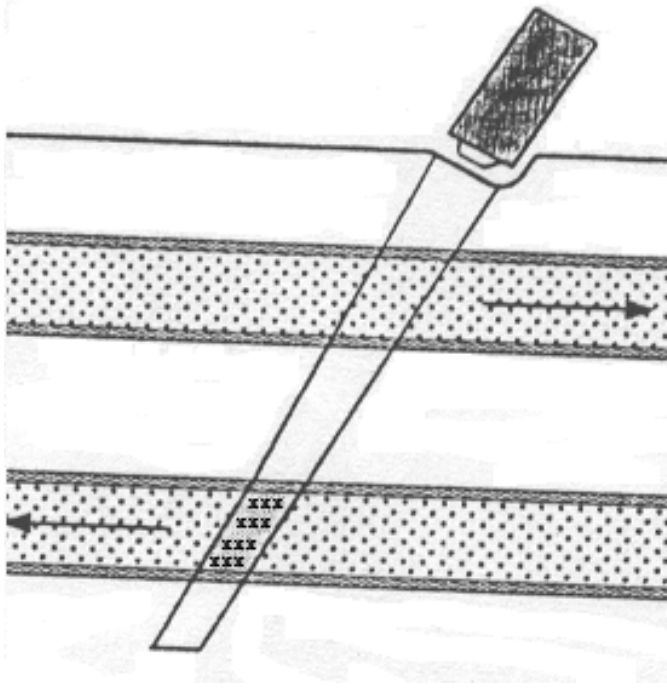
Il CW-D non è selettivo in profondità ed utilizza due cristalli piezoelettrici montati sullo stesso supporto. Uno emette il segnale e l'altro resta in ricezione dei segnali riflessi.

Questa tecnica non ha limite massimo di velocità misurabile, ma non consente la differenziazione tra segnali provenienti da diverse profondità lungo l'asse del fascio.



## Doppler pulsato (PW Doppler)

Nella tecnica PW-D si utilizza un solo cristallo piezoelettrico che viene alternativamente posto in fase di emissione e ricezione. Questa tecnica consente risoluzione di profondità lungo l'asse del fascio.

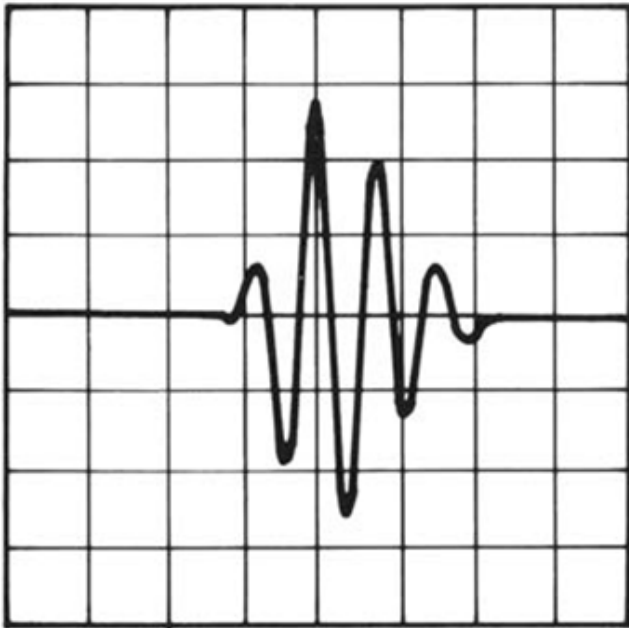


La differenziazione tra i segnali Doppler provenienti da diverse profondità viene realizzata discriminando sui tempi di arrivo degli echi. Gli echi dei vasi più vicini arrivano prima. Si può selezionare il segnale proveniente da un piccolo volume contenuto in un vaso ...

... purché l'impulso di US sia sufficientemente breve (e quindi di ridotta estensione spaziale).

## Impulso di US

Per poter discriminare il segnale Doppler proveniente da un vaso di piccolo diametro si dovrà inviare un impulso di US (*burst*) la cui estensione spaziale non superi apprezzabilmente il diametro del vaso.

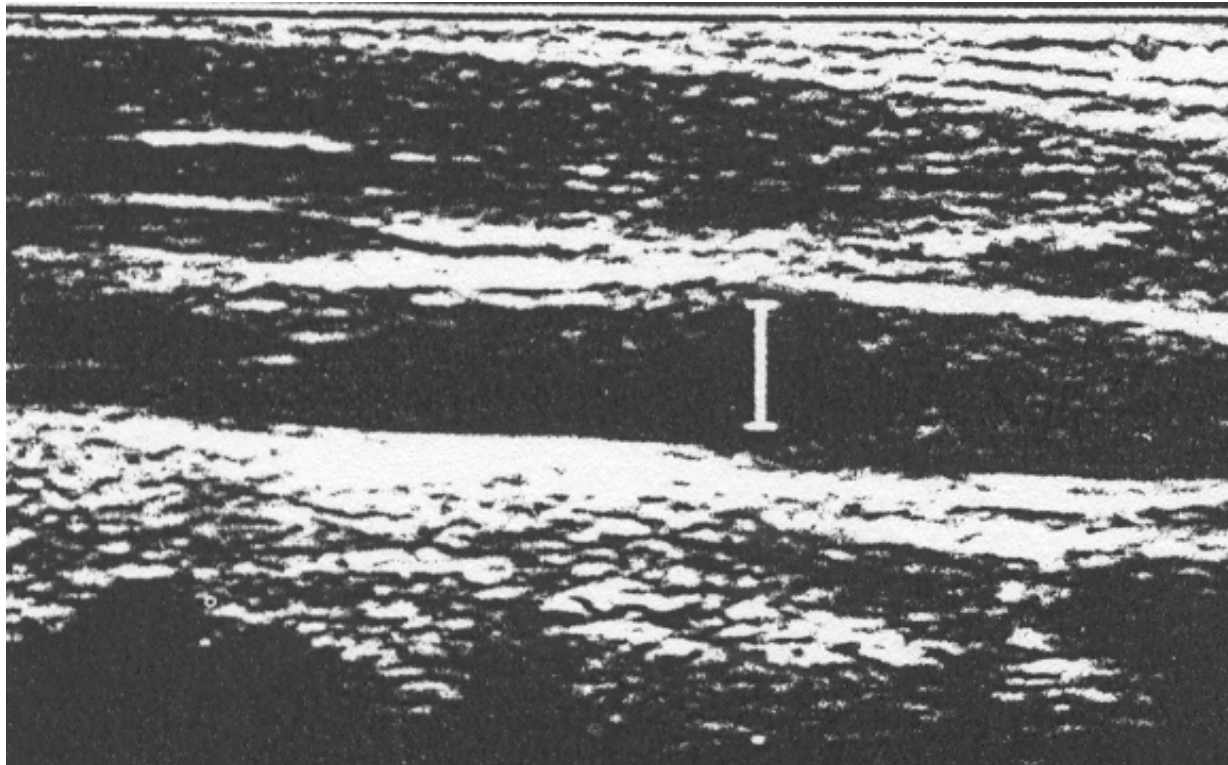


La figura riporta la forma di un burst contenente circa poco più di 3 cicli. La sua lunghezza sarà  $\sim 4 \lambda$ . Per  $c = 1600 \text{ m/s}$  e  $f_0 = 1.6 \text{ MHz}$  si ha  $\lambda = 1 \text{ mm}$ . Quindi l'impulso sarà lungo circa  $4 \text{ mm}$ .

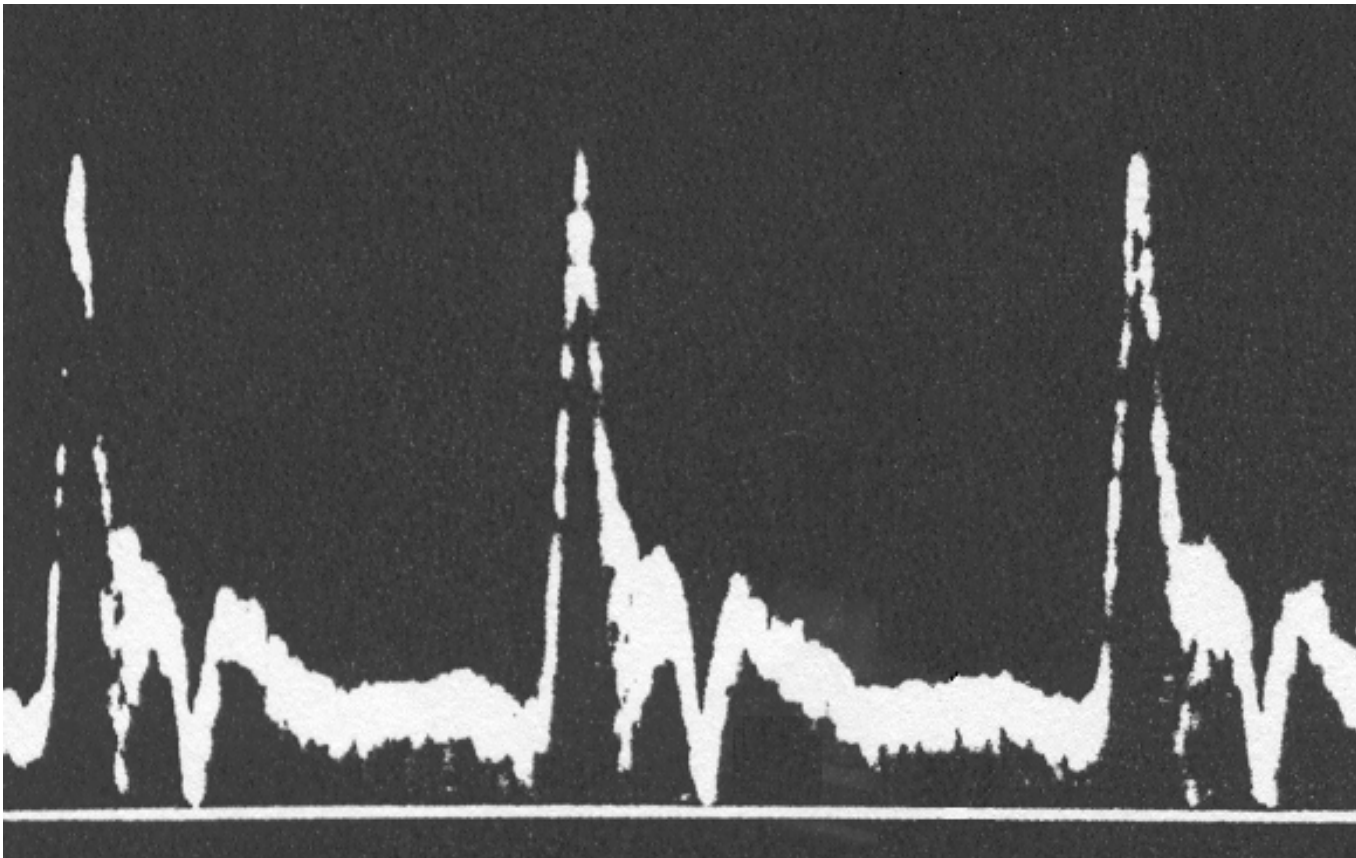
Si riuscirà a “centrare” un vaso di diametro dell'ordine di mezzo  $cm$ , ma non più piccolo.

## **Eco-Doppler (o Duplex Scanning)**

Esistono due modalità che permettono di unire l'informazione funzionale Doppler ottenuta mediante PW-D all'informazione strutturale della corrispondente immagine ecotomografica. Una, denominata Eco-Doppler o Duplex Scanning, semplicemente consente di posizionare il volume campione di riferimento per il PW-D dentro la sezione ecotomografica.

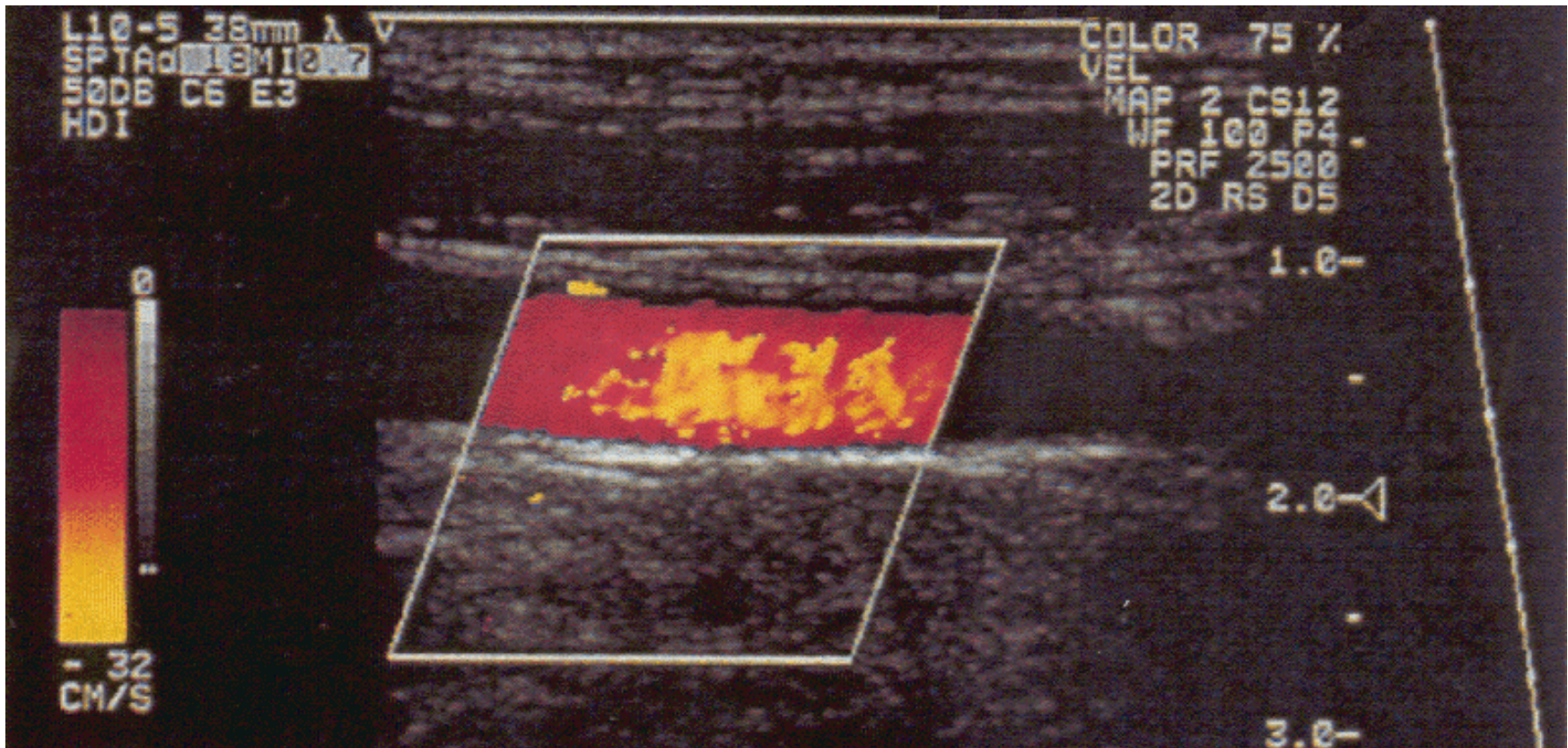


L'informazione analitica sulla tipologia del flusso sanguigno è visualizzata attraverso un tracciato spettrale che riporta in ordinata le velocità degli eritrociti ed il tempo in ascissa.



## Color Doppler

La modalità Color Doppler, di origine molto più recente, consente di sovrapporre all'immagine strutturale ecotomografica l'informazione funzionale di flusso mediante colori: rosso per il moto verso la sonda e blu per il moto di allontanamento.



## Problematiche connesse con le tecniche Doppler

La tecnica CW-D non ha limiti nella rilevazione delle velocità, però non offre risoluzione sulla profondità. Per rimediare a questo inconveniente è stata introdotta la tecnica PW-D, la quale seleziona il segnale Doppler proveniente da un piccolo volume, che può essere accuratamente posizionato all'interno di un vaso.

Però neanche la PW-D è priva di problemi in quanto questa tecnica ha limitazioni per quanto riguarda l'esatta determinazione delle alte velocità. Nel caso di jet valvolari si possono avere velocità dell'ordine di  $8 \text{ m/s}$  e oltre. La difficoltà a quantificare queste velocità patologiche rappresenta un inconveniente la cui origine richiede un'indagine.

Dalla (14) si ricava l'espressione per la velocità  $v_e$  come

$$v_e = \frac{c \Delta f}{2 f_0 \cos(\phi)}. \quad (15)$$

Dalla (15) risulta evidente che, a parità di altre condizioni, valori alti di  $v_e$  derivano da valori alti del segnale Doppler  $\Delta f$ . Sia  $(\Delta f)_{max}$  il massimo valore di  $\Delta f$  che siamo in grado di misurare. Vale

$$(v_e)_{max} = \frac{c (\Delta f)_{max}}{2 f_0 \cos(\phi)}. \quad (16)$$

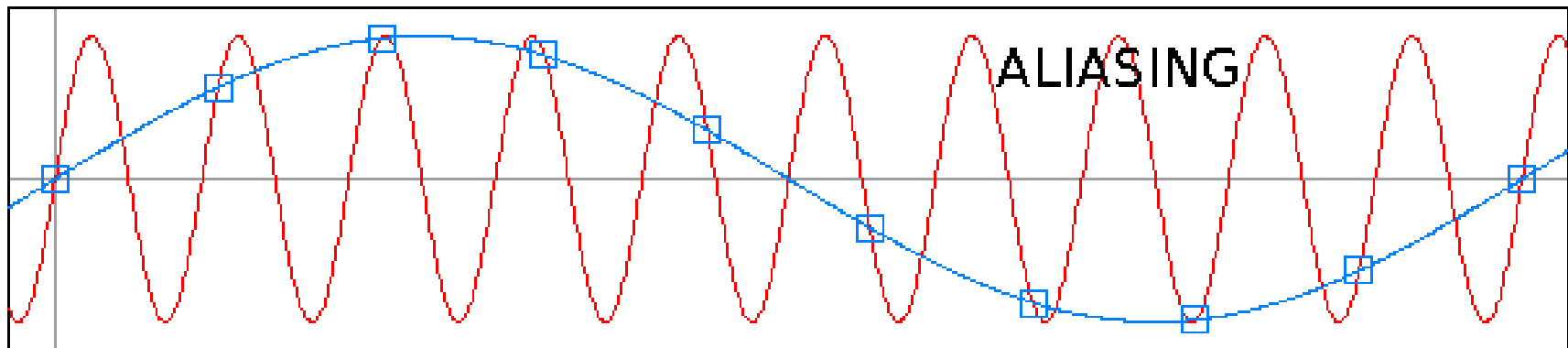
La tecnica PW-D pone delle limitazioni al valore di  $(\Delta f)_{max}$  che si riesce a misurare. La tecnica è basata sul vincolo che un nuovo burst non venga inviato fintantoché dal volume campione non ritorni l'eco del precedente. Se  $d$  è la profondità rispetto alla superficie del volume campione, il tempo di andata e ritorno sarà  $\tau = 2 d/c$ . In condizioni ottimali si potrà eseguire una misura solo ogni  $\tau$  secondi. La massima frequenza di invio impulsi  $(PRF)_{max}$  (= massimo numero di impulsi inviati al secondo) sarà

$$(PRF)_{max} = \frac{1}{\tau} = \frac{c}{2 d}. \quad (17)$$



Il teorema di Nyquist dice che la massima frequenza  $(\Delta f)_{max}$  che si riesce a misurare senza ambiguità con  $PRF$  impulsi al secondo è  $PRF/2$  (cioè 2 impulsi per ciclo). Si avrà quindi

$$(\Delta f)_{max} = \frac{(PRF)_{max}}{2} = \frac{c}{4d}. \quad (18)$$



Questo grafico evidenzia l'ambiguità risultante dal tentativo di ricostruire la sinusoide rossa sulla base dei (pochi) punti campionati (quadrati blu). Anche la sinusoide blu passa per gli stessi punti ed ha una frequenza diversa dalla rossa.

Sostituendo la (18) nella (16) si ottiene

$$(v_e)_{max} = \frac{c^2}{8 d f_0 \cos(\phi)}, \quad (19)$$

che può anche essere riscritta come

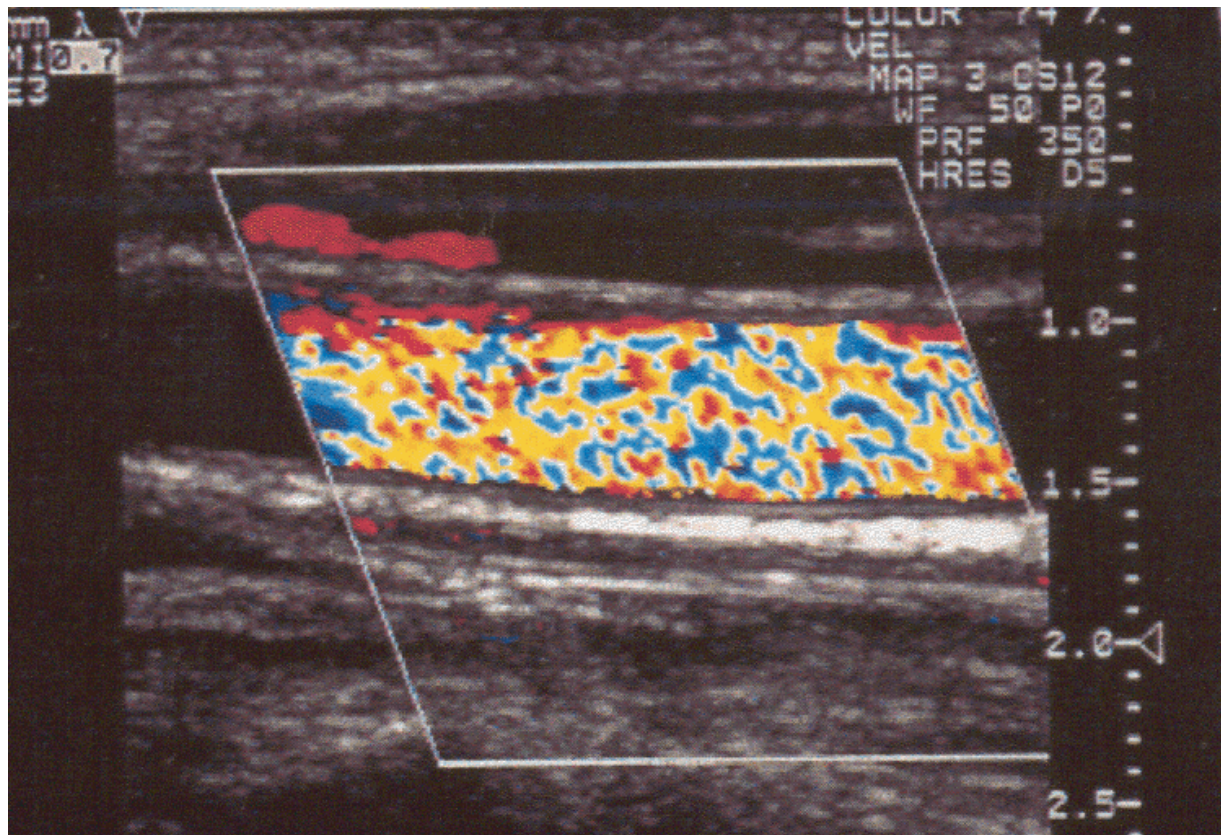
$$(v_e)_{max} d = \frac{c^2}{8 f_0 \cos(\phi)}. \quad (20)$$

A parità di  $\phi$  e  $f_0$  il prodotto  $v_e d$  è costante. Per  $c = 1580 \text{ m/s}$ ,  $f_0 = 1 \text{ MHz}$  e  $\phi = 0$  vale  $31.2 \text{ cm m/s}$ . Per  $d = 7 \text{ cm}$  si possono misurare velocità fino a circa  $4.5 \text{ m/s}$ .

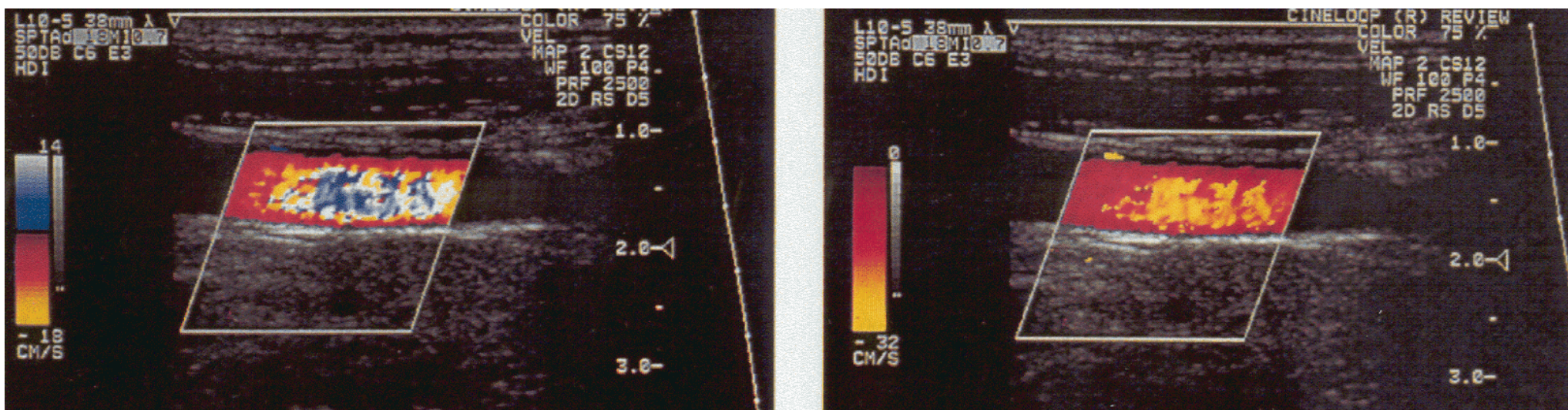
## Accorgimenti per estendere il range ...

- Aumento della  $PRF$  al limite massimo.
- Riduzione della profondità  $d$  (... quando si può)
- Riduzione della frequenza ... con conseguente perdita di risoluzione spaziale e di intensità degli echi eritrocitari.
- Posizionamento della sonda in maniera che l'angolo  $\phi$  non sia troppo basso [per  $\phi = 60^\circ$  si ha  $\cos(60^\circ) = 0.5$  con un raddoppio del range delle velocità misurabili].

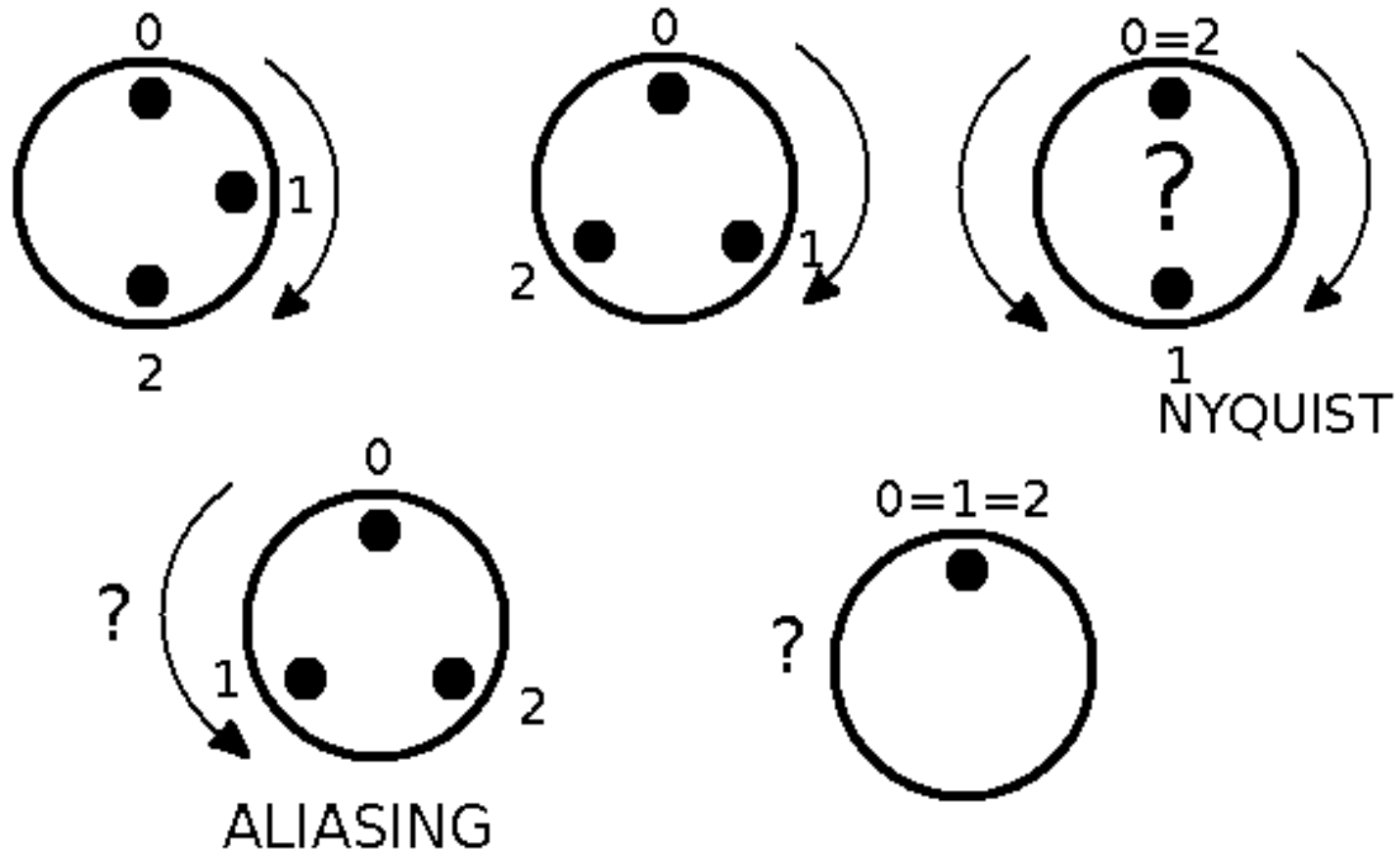
Se il vincolo precedentemente discusso non viene rispettato, si incorre in artefatti da aliasing. Se l'elusione è modesta, l'aliasing è semplice, altrimenti si ha il multialiasing. La figura sotto mostra l'effetto del multialiasing nel color-Doppler. Un flusso laminare in carotide viene presentato interpretabile come moto turbolento.



La presenza di aliasing è facilmente individuabile negli spettri di velocità, molto meno nel color-Doppler. Se l'aliasing è semplice, un semplice rimedio consiste in un cambiamento della scala dei colori (color-Doppler) e in una traslazione dello zero nell'asse delle velocità (display spettrali).



Si può innalzare la *PRF* oltre i limiti classici del PW-D. La tecnica si chiama *High PRF*, evita l'aliasing, ma incorre in problematiche simili al CW-D in termini di incertezza spaziale sulla profondità (vaso fantasma).



Ruota (con punto nero) osservata ai tempi  $0$  s,  $1$  s e  $2$  s quando ruota a 5 velocità angolari diverse (frequenze di rotazione  $1/4$  Hz,  $1/3$  Hz,  $1/2$  Hz,  $2/3$  Hz e  $1$  Hz). Il sampling rate è  $1$  Hz. L'aliasing interviene con frequenze di rotazione da  $1/2$  Hz in sù.

## **BIBLIOGRAFIA**

G. CITTADINI - Diagnostica per Immagini e Radioterapia -  
ECIG (GENOVA)

D. HALLIDAY, R. RESNICK, J. WALKER - Fondamenti di  
Fisica (Quinta Edizione) - CEA (MILANO)

V. LAGOMARSINO - Specialità Radiologia - Appunti per il  
modulo di FISICA APPLICATA II (CLT TSRM)

<http://it.wikipedia.org/wiki/Aliasing>