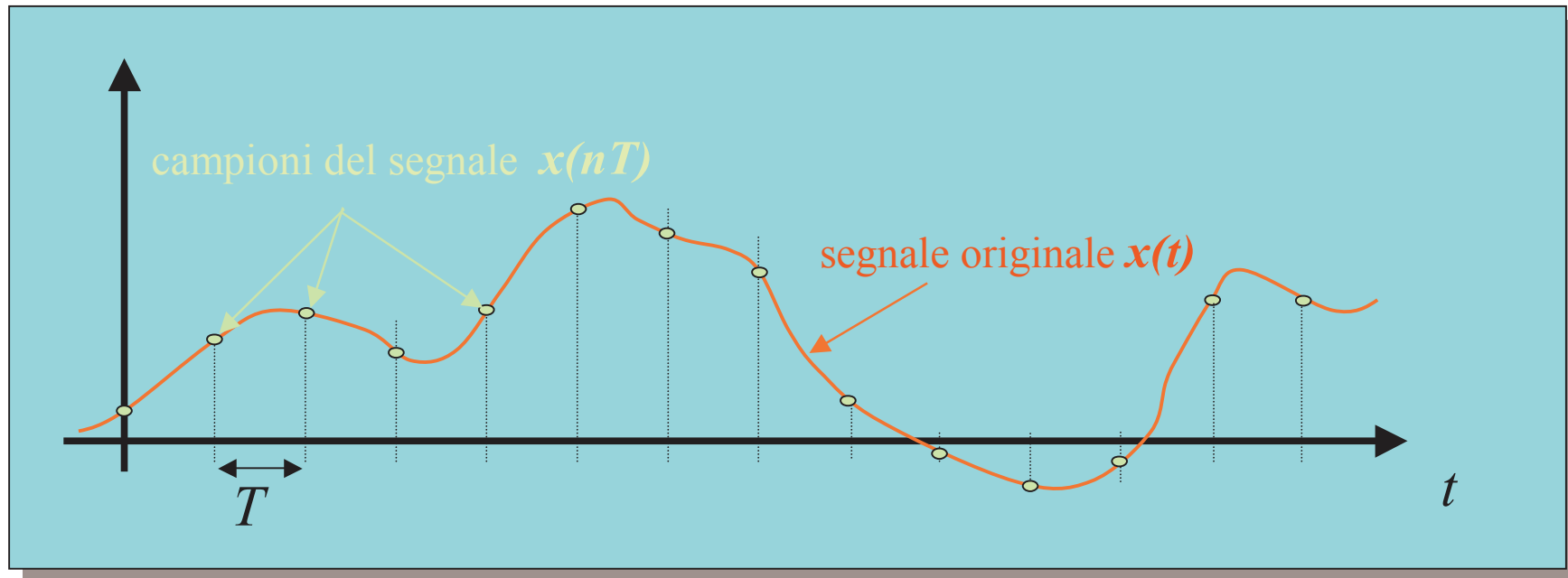


The image displays three distinct waveforms. The top waveform is orange and shows a complex periodic signal with a prominent peak. The bottom-left waveform is purple and exhibits a more irregular, high-frequency oscillation. The bottom-right waveform is green and shows a smoother periodic signal similar to the orange one. The central text is overlaid on the orange waveform.

QUANTIZZAZIONE E CONVERSIONE
IN FORMA NUMERICA

Campionamento e quantizzazione di un segnale analogico

Si consideri il segnale $x(t)$ campionato con passo T .



Ogni campione del segnale campionato $x(nT)$ è un **numero reale che può assumere con continuità qualsiasi valore compreso tra un minimo e un massimo.**

Se si vuole rappresentare ogni campione $x(nT)$ in forma numerica (ad esempio per memorizzarlo in forma binaria su un PC) è necessario **approssimare** il numero reale **con un numero finito K di livelli compresi tra il minimo e il massimo.**

Questa operazione viene detta **quantizzazione.**

Quantizzazione

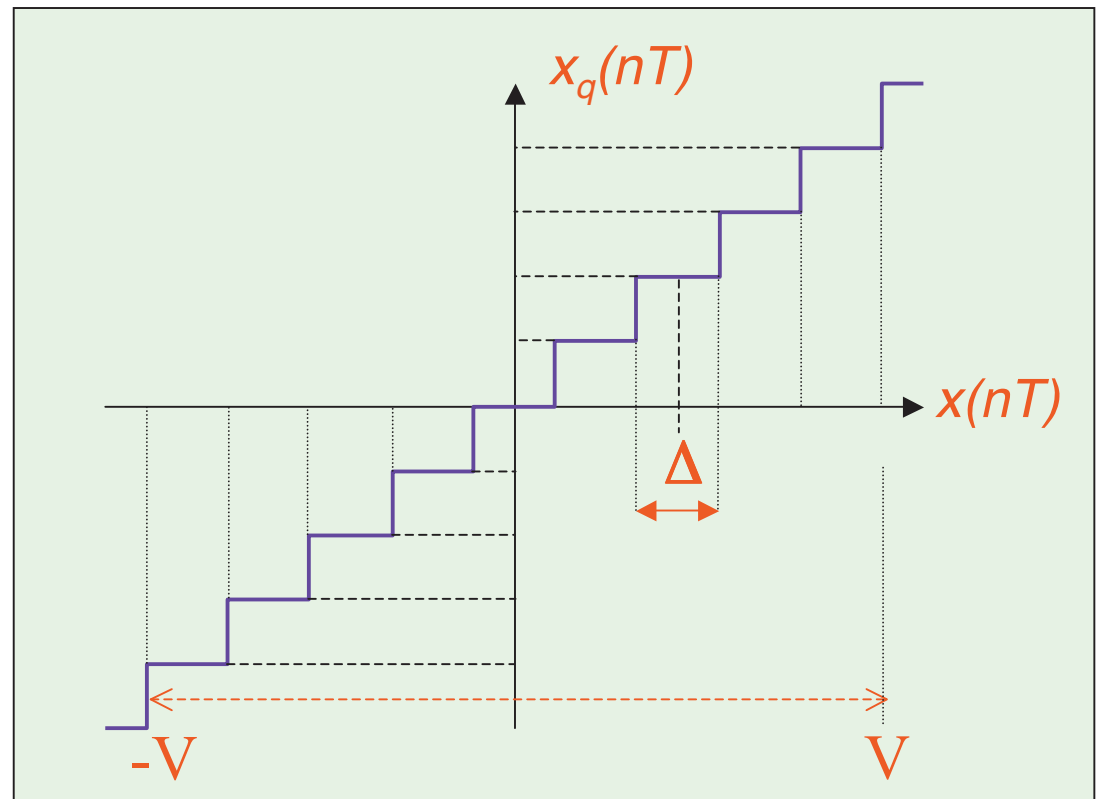
Il quantizzatore è un dispositivo che trasforma il campione reale $x(nT)$ nel campione quantizzato con un numero K di livelli $x_q(nT)$.



Ad esempio se il minimo e il massimo valore che può assumere il campione $x(nT)$ sono $-V$ e V , la relazione tra il valore continuo $x(nT)$ e quello quantizzato $x_q(nT)$ è rappresentata da una scalinata con K livelli.

L'intervallo di quantizzazione Δ è (nel caso di intervalli di ugual ampiezza):

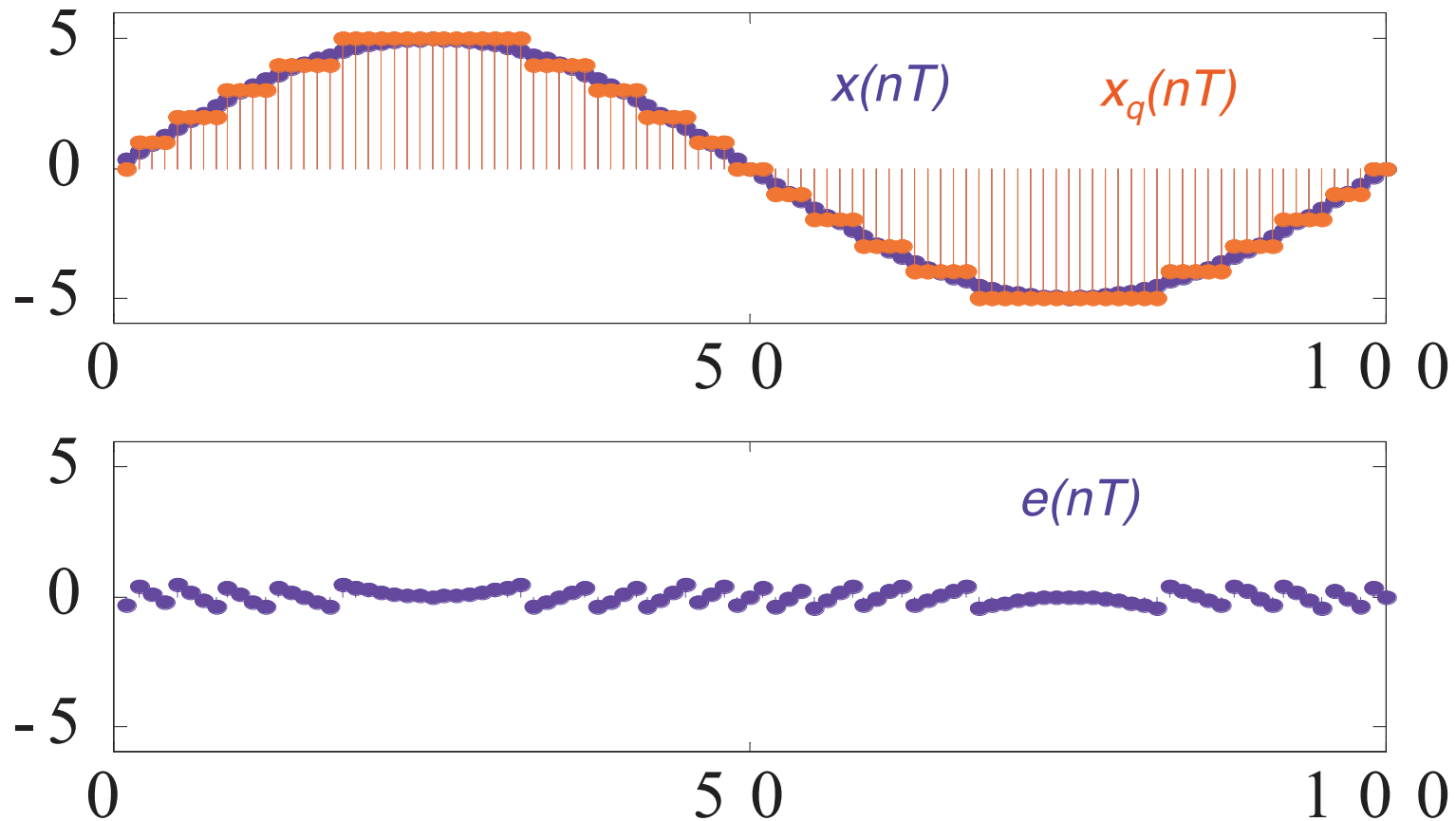
$$\Delta = \frac{2V}{K}$$



Errore di quantizzazione

Quantizzando si commette un errore tanto più piccolo quanto più elevato è il numero K di livelli. L'errore di quantizzazione è:

$$e(nT) = x_q(nT) - x(nT)$$



Varianza dell'errore di quantizzazione

Se il numero K di livelli è elevato, e quindi gli intervalli di quantizzazione sono piccoli, l'errore di quantizzazione di un campione è una variabile casuale con densità di probabilità uniforme tra $-\Delta/2$ e $+\Delta/2$.

Dunque l'errore di quantizzazione è una variabile casuale con valor medio nullo e con varianza uguale a:

$$\sigma_{e(nT)}^2 = \frac{\Delta^2}{12} = \left(\frac{2V}{K}\right)^2 \frac{1}{12} = \frac{V^2}{3K^2}$$

Se si utilizzano N cifre binarie per rappresentare i campioni si ha:

$$\sigma_{e(nT)}^2 = \frac{\Delta^2}{12} = \frac{V^2}{3} \frac{1}{2^{2N}}$$

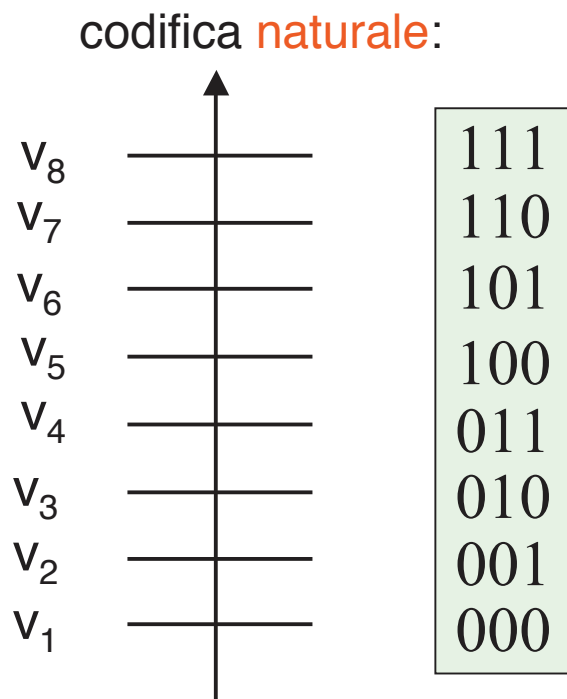
Per ogni cifra binaria aggiunta la varianza dell'errore di quantizzazione si riduce di 4 volte (cioè si riduce di 6 dB).

Codifica dei campioni quantizzati

Con N cifre binarie (*bit*) si ottengono $K = 2^N$ livelli di quantizzazione. Ad ogni livello si può dunque associare un **codice** di N bit.

Ad esempio se $N=3$ sono disponibili $K = 8$ livelli di quantizzazione V_m codificabili (in vario modo) con **3** bit.

In pratica un unico dispositivo, detto convertitore analogico-digitale, campiona il segnale, individua l'intervallo in cui cade il campione e ne dà la codifica binaria:



Ritmo di trasmissione richiesto

La **cadenza in bit al secondo** di un segnale numerico viene chiamata ritmo di trasmissione (*bit rate*).

Per un segnale tempo continuo $x(t)$ con frequenza massima di **3.6 kHz (segnale vocale di qualità telefonica)** il teorema del campionamento richiede una frequenza di campionamento f_c maggiore di **7.2 kHz**. Si utilizza la frequenza di campionamento **$f_c = 8$ kHz (8000 campioni al secondo)**.

Se si quantizza il segnale con **$K=256$** livelli occorrono **$N=8$** bit per campione.

Il segnale telefonico in forma numerica richiede quindi un ritmo di trasmissione:

$$Nf_c = 8 \cdot 8000 = 64 \text{ kb/s}$$

Trasmissione del segnale numerico

Un segnale numerico ottenuto a seguito di campionamento e quantizzazione è una **sequenza di bit** con un certo ritmo (il *bit rate*):

.....1 0 1 1 0 0 1 1 0 1 0 1 0 0 1 0 1 0 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 0 0 1 0 1 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 0

A questo punto si può dimenticare il segnale originale ed anche il fatto che i bit debbano essere letti a gruppi di N , con un opportuno sincronismo di trama, per risalire ai campioni del segnale quantizzato $x_q(nT)$. Alla sequenza numerica si aggiungeranno (in piccola quantità) opportuni segnali di sincronismo.

Si deve poi trasmettere la sequenza, alla sua *cadenza*, attraverso un canale di trasmissione (*satellite, ponte radio, cavo coassiale, fibra ottica, ...*). Il canale lascia passare solo segnali $y(t)$ che hanno frequenze comprese in una banda B a partire da frequenza nulla (canale passa basso) oppure centrata attorno ad una frequenza f_o (canale passa banda). Si dovranno associare ai bit opportune sequenze di forme d'onda, che occupino la banda consentita dal canale.

I bit possono essere inviati sul canale uno per volta (trasmissione binaria) oppure a blocchi (trasmissione multilivello; in questo caso ogni forma d'onda trasporta più di un bit).